Document de support à la présentation :

Conception des charpentes d’aluminium

Module 7 – Assemblages mécaniques

Contenu développé par :

**Ahmed Rahem, ing., Ph. D.**

Professeur au Département des sciences appliquées de l’UQAC

Table des matières

[Note 4](#_Toc127369953)

[A- Introduction 5](#_Toc127369954)

[Diapositive 12 : 5](#_Toc127369955)

[B- Dispositions constructives 7](#_Toc127369956)

[Diapositive 15 : 7](#_Toc127369957)

[Diapositive 17 : 7](#_Toc127369958)

[Diapositive 19 : 8](#_Toc127369959)

[Diapositive 20 : 9](#_Toc127369960)

[Diapositive 21 et 22 : 9](#_Toc127369961)

[C- Résistance des boulons et des rivets 10](#_Toc127369962)

[Diapositive 25 : 10](#_Toc127369963)

[Diapositive 26 : 11](#_Toc127369964)

[Diapositive 27 et 28 : 12](#_Toc127369965)

[Diapositive 29 : 13](#_Toc127369966)

[Diapositive 35 : 14](#_Toc127369967)

[Diapositive 36 : 15](#_Toc127369968)

[Diapositive 37 : 16](#_Toc127369969)

[Diapositive 39 : 16](#_Toc127369970)

[Diapositive 40 : 17](#_Toc127369971)

[Diapositive 42 : 18](#_Toc127369972)

[D- Résistance au glissement (pour les assemblages anti-glissement) 20](#_Toc127369973)

[Diapositive 45 : 20](#_Toc127369974)

[Diapositive 46 : 21](#_Toc127369975)

[Diapositive 49 : 22](#_Toc127369976)

[Diapositive 51 : 23](#_Toc127369977)

[Diapositive 53 : 25](#_Toc127369978)

[E- Résistance des pièces de transfert 26](#_Toc127369979)

[Diapositive 56 : 26](#_Toc127369980)

[Diapositive 57 : 27](#_Toc127369981)

[Diapositive 59 : 29](#_Toc127369982)

[Diapositive 61 : 29](#_Toc127369983)

[Diapositive 63 : 30](#_Toc127369984)

[F- Assemblages concentriques en cisaillement 31](#_Toc127369985)

[Diapositive 66 : 31](#_Toc127369986)

[Diapositive 67 : 31](#_Toc127369987)

[Diapositive 68 : 32](#_Toc127369988)

[G- Assemblages excentriques en cisaillement 34](#_Toc127369989)

[Diapositive 71 : 34](#_Toc127369990)

[Diapositive 73 : 35](#_Toc127369991)

[Diapositive 74 : 36](#_Toc127369992)

[Diapositive 75 : 37](#_Toc127369993)

[Diapositive 76 : 38](#_Toc127369994)

[Diapositive 78 : 39](#_Toc127369995)

[Diapositive 79 : 40](#_Toc127369996)

[Diapositive 83 : 40](#_Toc127369997)

[H- Assemblages concentriques en traction 42](#_Toc127369998)

[Diapositive 86 : 42](#_Toc127369999)

[Diapositive 88 : 43](#_Toc127370000)

[Diapositive 89 : 43](#_Toc127370001)

[Diapositive 91 et 92 : 44](#_Toc127370002)

[Diapositive 93 et 94 : 47](#_Toc127370003)

[I- Assemblages concentriques en traction et en cisaillement 49](#_Toc127370004)

[Diapositive 103 : 49](#_Toc127370005)

# Note

Avec la permission de monsieur Denis Beaulieu, une certaine partie du matériel est reproduite des manuels *Calcul des charpentes d’aluminium* et *Les caractéristiques de l’aluminium structural*. Bien que l'utilisation du matériel ait été autorisée, monsieur Beaulieu n'est pas responsable de la manière dont les données sont présentées, ni de toute représentation ou interprétation.

# Introduction

### Diapositive 12 :

**7.1.3 États limites**

Plusieurs états limites ultimes et d’utilisation doivent être vérifiés pour assurer l’intégrité structurale et les bonnes conditions en service des assemblages boulonnés et rivetés. Chacun de ces états limites sera étudié dans les sections qui suivent.

**États limites ultimes**

* Traction dans un boulon;
* Cisaillement dans un boulon ou un rivet;
* Traction et cisaillement dans un boulon;
* Résistance à la pression diamétrale autour d’un boulon ou d’un rivet;
* Résistance à la traction et au cisaillement des pièces de transfert;
* Voilement local des pièces de transfert.

**États limites d’utilisation**

* Résistance au glissement produite par un boulon à haute résistance en acier;
* Résistance au glissement lorsqu’il y a une force de traction externe;
* Desserrement des boulons.

En général, le calcul des assemblages est basé sur des hypothèses simplificatrices, justifiées par des études expérimentales. Ces hypothèses conduisent à des méthodes de calcul faciles à appliquer et qui donnent les efforts dans les connecteurs et les pièces de transfert avec une précision suffisante. Toutefois, pour certains types d’assemblages, il est difficile d’arriver à des équations simples à cause de la multiplicité des paramètres et de la complexité de leur interaction. Pour simplifier les calculs, on exploite généralement la ductilité et l’adaptation plastique de l’aluminium, qui assurent une certaine redistribution des contraintes.

Lors de la conception d’un assemblage, l’ingénieur doit d’abord déterminer une répartition vraisemblable des efforts à transférer à travers l’assemblage. Il doit très bien comprendre le cheminement des forces qui doivent passer par les connecteurs et les autres composantes de l’assemblage pour être transférées d’une pièce à l’autre. Ce cheminement des forces va déterminer quels sont les états limites à vérifier.

Généralement, avant de commencer les calculs d’un assemblage, on doit connaître les efforts à transférer, choisir le type d’assemblages et connaître les propriétés mécaniques des connecteurs et des pièces de transfert. Avec ces données, il s’agit de déterminer l’arrangement géométrique des boulons, des rivets et des soudures, le nombre de boulons ou de rivets, la longueur et la grosseur des cordons de soudure, et de faire le calcul des pièces de transfert et, si nécessaire, les raidisseurs. Dans le cas des boulons et des rivets, le diamètre est généralement choisi arbitrairement et, selon les dimensions de la charpente, il est souvent plus pratique d’utiliser des boulons ou des rivets de même diamètre pour tous les assemblages de la charpente. Dans ce cas, l’inconnue n’est donc pas le diamètre des boulons ou des rivets, mais plutôt le nombre de connecteurs mécaniques requis pour transférer l’effort.

# Dispositions constructives

### Diapositive 15 :

**7.2 Dispositions constructives**

**7.2.1 Excentricité des assemblages**

La référence (7.1[[1]](#footnote-1)) recommande l’utilisation d’assemblage symétriques dans la mesure du possible. Ainsi, les connecteurs doivent être disposés de façon à ce que le centre de gravité du groupe soit situé sur l’axe principal de la pièce (voir figure *a*, acétate 9), ce qui n’est pas toujours possible avec les cornières (voir figure *e*, acétate 10). De plus, les axes des pièces doivent se croiser en un point commun dans les assemblages comportant plus de deux membrures, tel qu’illustré sur la figure 7.3a (voir acétate). Il faut obligatoirement tenir compte des excentricités, lorsqu’elles ne peuvent être évitées. Certains types d’assemblages, tels ceux qui sont montrés sur les figures 7.2b (voir figure *b*, acétate 9) et 7.2f (voir figure *f*, acétate 10), comportent de façon intrinsèque des excentricités.

### Diapositive 17 :

**7.2.2 Combinaison de connecteurs mécaniques et de soudures**

Il n’est pas recommandé d’utiliser des soudures en combinaison avec des connecteurs mécaniques dans les assemblages d’aluminium (voir acétate), même si une étude récente, réalisée sur des assemblages en acier, a permis de jeter un peu de lumière sur cette catégorie d’assemblage difficile à analyser. La flexibilité des assemblages mécaniques en aluminium qui travaillent en contact est beaucoup plus grande que celle des assemblages soudés, ce qui a pour effet que seules les soudures résistent aux charges dans un assemblage mixte et que les connecteurs ne sont mis à contribution qu’après la rupture de la soudure.

### Diapositive 19 :

**7.2.3 Disposition des connecteurs**

Le **nombre de connecteurs** utilisés pour la transmission d’un effort sollicitant un assemblage est dénoté *n*. Par exemple, pour l’assemblage de la figure b (acétate 9), *n* est le nombre total de connecteurs. Par contre, pour l’assemblage de la figure a (acétate 9), *n* est le nombre de connecteurs pour un demi-assemblage et $2n$ le nombre total de connecteurs.

On définit une **file de connecteurs** comme une suite de connecteurs l’un derrière l’autre, située sur un axe parallèle à l’effort tranchant sollicitant les connecteurs. Ainsi, pour l’assemblage de la figure a (acétate 9), il y a deux files de trois connecteurs dans chaque portion de l’assemblage.

**L’écartement longitudinal** des connecteurs, aussi appelé le pas (dénoté *s*) est la distance entre les axes des connecteurs dans la direction de l’effort, c’est-à-dire la distance entre les centres des trous d’une même file (figure 7.4, voir acétate). Une règle de bonne pratique veut que l’écartement longitudinal soit au moins égal à trois fois le diamètre du connecteur (s $\geq $ 3d; minimum absolu, s = 2,5d). Il s’agit de donner assez de dégagement pour permettre de serrer facilement les boulons. En général, on utilise un écartement longitudinal constant pour simplifier le travail en atelier.

Il est recommandé de ne pas utiliser plus de **six** connecteurs sur une file ou de limiter la longueur d’une file (Lj) mesurée entre le centre des deux connecteurs d’extrémités à **15d** (6 connecteurs espacé de 3d. Donc, 15d) (figures a (acétate 9) et 7.4). Il a été démontré que les connecteurs situés au centre d’une file trop longue ne participent pas au même taux que les connecteurs situés aux extrémités de la file, dans l’effort de résistance à la charge appliquée. Les connecteurs situés aux extrémités sont les plus sollicités.

**Figure 7.4 – Disposition des boulons et rivets**

**La pince longitudinale**, dénotée *e*, est définie comme la distance du centre du dernier trou à un bord libre transversal, c’est-à-dire un bord perpendiculaire à la direction de l’effort (figure 7.4). Cette distance est un paramètre important dans le calcul de la résistance à la pression diamétrale. Une règle de bonne pratique veut que cette distance soit au moins égale à une fois et demie le diamètre du boulon (e $\geq $ 1,5d).

**La pince transversale**, dénotée et, est définie comme la distance du centre d’un trou à un bord libre longitudinal, c’est-à-dire un bord parallèle aux files de boulons ou à la direction de l’effort (figure 7.4).

**L’écartement transversal**, dénoté *g*, est la distance entre les files de boulons ou de trous (figure 7.4). Pour l’écartement transversal, on peut appliquer la même règle que pour l’écartement longitudinal, si les boulons ne sont pas disposés en quinconce (g $\geq $ 2,5d). Cependant, il y a souvent des limites géométriques, autres que celles dues au serrage, dont il faut tenir compte dans le calcul de l’écartement transversal. Ainsi, la position des trous dans les ailes d’un profilé en I (figure 7.4b) va dépendre de la largeur de l’aile (b), de la pince transversale (et), du diamètre du boulon (d) et de la distance du centre de l’âme à la fin du congé reliant l’âme à l’aile. Le nombre de files dépend évidemment de la largeur de l’aile. Si l’aile est étroite, il n’y a que deux files, une de chaque côté de l’âme.

### Diapositive 20 :

Pour les assemblages dont la longueur (Lj) excède 15d, il est possible de réduire la résistance au cisaillement des connecteurs à l’aide du coefficient suivant:

$β\_{L}=1-\frac{L\_{j}-15d}{200d}$ (7.1)

Cette équation est mise en graphique sur la figure 7.5 (voir acétate). En considérant un écartement longitudinal de $3d$ entre les connecteurs, c’est donc à partir de six connecteurs sur une file que la réduction s’applique. Il convient de souligner que les assemblages longs sont assez peu fréquents dans les charpentes en aluminium et que l’équation (7.1) ne s’applique pas aux assemblages où la charge est distribuée de façon uniforme sur toute la longueur du joint, comme c’est le cas pour un effort de cisaillement transmis par l’âme d’une poutre en I aux ailes boulonnées ou rivetées (voir la figure 6.46[[2]](#footnote-2)).

**Figure 7.5 – Facteur de réduction pour les assemblages longs**

### Diapositive 21 et 22 :

**L’écartement longitudinal maximal** (smax) dépend de l’épaisseur des parois reliées par les connecteurs. Lorsque l’écart est grand, la plaque peut voiler localement entre les connecteurs et la résistance pondérée en compression (Cr) de la plaque est calculée à l’aide de l’équation (5.43[[3]](#footnote-3)) avec la valeur de $F\_{c}=\overbar{F}F\_{o}$ donnée par l’équation (5.13[[4]](#footnote-4)), pour laquelle $F\_{o}=F\_{y}$.

# Résistance des boulons et des rivets

### Diapositive 25 :

**Denis Beaulieu – Acier T1**

Les boulons ordinaires, identifiés par le symbole A307, ne sont utilisés que pour réaliser des assemblages faiblement sollicités (pièces secondaires). En général, pour les assemblages des charpentes d’acier, on utilise des boulons à haute résistance, précontraints ou non, c’est-à-dire à serrage contrôlé ou non contrôlé.

Les boulons à haute résistance se répartissent en **trois classes** de qualité, désignées par les symboles A325, A490 (à dimensions impériales. A325**M**, A490**M** : désignation métrique) et F1852. Les boulons F1852 sont des boulons à couple de serrage contrôlé. Ce sont des boulons spéciaux, conçus de façon à ce que l’extrémité de la tige se casse par torsion, lorsque le couple de serrage nécessaire est atteint.

**7.3 Résistance des boulons et des rivets**

**7.3.1 Caractéristiques**

Tous les types de connecteurs mécaniques sont permis par la référence (7.1), à la condition, bien sûr, que les connecteurs possèdent la résistance et les autres caractéristiques nécessaires pour remplir pleinement et de façon sécuritaire leur fonction pour toute la durée de vie de l’ouvrage.

Pour les assemblages des charpentes d’aluminium, on utilise généralement des rivets ou des boulons en aluminium, des boulons en acier recouverts d’une couche protectrice de zinc (boulon galvanisés) ou de cadmium et des boulons en acier inoxydable. **Les boulons en acier non protégés ne peuvent être utilisés à cause des risques très élevés de corrosion galvanique lorsque l’acier est mis en contact direct avec l’aluminium** (voir la sous-section 2.14.15[[5]](#footnote-5)).

Tout autre type de connecteur sera soit pré-approuvé, soit vérifié par des essais rigoureux en laboratoire, et seules les valeurs minimales pourront être retenues pour les calculs.

Les boulons et les rivets en aluminium, de même que les boulons en acier au carbone de type A307, sont essentiellement utilisés dans **les assemblages par contact, c’est-à-dire les assemblages où le contact exercé entre la tige du connecteur et les parois des pièces assemblées résistent majoritairement aux charges appliquées (pression diamétrale).** Ces connecteurs, et particulièrement les rivets, ne possèdent pas la capacité nécessaire pour résister à des efforts de traction importants.

Pour les boulons utilisés dans les assemblages par contact, il n’est pas requis d’exercer un serrage contrôlé de l’écrou pour maintenir le boulon en place. L’effort maximal exercé par l’opérateur suffit. Il faut toutefois éviter d’utiliser ces boulons dans les structures qui sont appelées à vibrer ou à être sollicitées par des charges dynamiques ou cycliques puisque le risque que le boulon se desserre est élevé dans ces structures. Pour contourner cette difficulté, il existe un certain nombre de dispositifs mécaniques autobloquants qui peuvent être utilisés et dont l’usage est fortement recommandé. Il est aussi possible de bloquer l’écrou en place à l’aide d’un simple point de soudure.

### Diapositive 26 :

Pour les boulons utilisés dans les assemblages par contact, il n’est pas requis d’exercer un serrage contrôlé de l’écrou pour maintenir le boulon en place. L’effort maximal exercé par l’opérateur suffit. Il faut toutefois éviter d’utiliser ces boulons dans les structures qui sont appelées à vibrer ou à être sollicitées par des charges dynamiques ou cycliques puisque le risque que le boulon se desserre est élevé dans ces structures. Pour contourner cette difficulté, il existe un certain nombre de dispositifs mécaniques autobloquants qui peuvent être utilisés et dont l’usage est fortement recommandé. Il est aussi possible de bloquer l’écrou en place à l’aide d’un simple point de soudure.

Lorsqu’une charge de traction significative sollicite un assemblage en aluminium, on utilise de préférence des boulons galvanisés ou recouverts de cadmium en acier à haute résistance de type A325M (désignation métrique) ou A325, ou des boulons en acier inoxydable de la série 300. Les boulons A325M et A325 sont faits d’acier trempé et revenu, à teneur moyenne en carbone, ayant une contrainte de rupture minimale en traction (Fub) de 830 MPa.

Les boulons de type A490, en acier allié, trempé et revenu, à faible teneur en carbone ($F\_{ub}=1040 MPa$), ne sont pas recommandés pour relier les pièces d’aluminium pour deux raisons : ils sont relativement trop résistants et ils sont fragilisés par la galvanisation.

Les boulons A325 et A325M sont aussi utilisés dans les **assemblages antiglissement, c’est-à-dire les assemblages qui résistent aux efforts appliqués perpendiculairement à l’axe des boulons par frottement des surfaces en contact. L’utilisation des boulons en acier dans les assemblages antiglissement implique un serrage contrôlé des boulons, comme on le verra plus loin.**

Les boulons à haute résistance se répartissent en trois classes de qualité, désignées par les symboles A325M, A490M (désignation métrique et F1852. Les boulons F1852 sont des boulons à couple de serrage contrôlé. Ce sont des boulons spéciaux, conçus de façon à ce que l’extrémité de la tige se casse par torsion, lorsque le couple de serrage nécessaire est atteint.

### Diapositive 27 et 28 :

**Rivets**

Il existe plusieurs types de rivets que l’on peut regrouper en deux principales familles : les rivets à mater et les rivets mécaniques.

Les rivets à mater que l’on pose parfois à chaud, mais surtout à froid dans les structures d’aluminium (figure b, voir acétate 7), ne sont plus guère utilisés de nos jours. Ce type de rivetage demande une main-d’œuvre spécialisée, de l’équipement lourd et les opérations de contrôle sont délicates. Avec le développement des rivets mécaniques, leur emploi est de moins en moins fréquent. L’alliage recommandé dans la référence (7.1) pour les rivets en aluminium est l’alliage 6053-T61 qui possède une limite ultime (Fu) de 205 MPa (voir le tableau 2.8[[6]](#footnote-6)). Les alliages 6061-T6 et 7075-T73 sont aussi des alliages fréquemment utilisés pour les rivets.

La pose de rivets à mater nécessite un accès sur les deux côtés du joint. Lorsque la tête est formée à froid par des marteaux, des outils pneumatiques ou des outils à pression, le rivet se déforme et remplit généralement le trou qui a été foré à un diamètre de 1,2 ou 0,8 mm plus grand que celui du rivet, comme on l’a vu à la sous-section 4.4.2[[7]](#footnote-7). Une pression de serrage plus grande peut être développée dans le rivet lorsqu’il est posé à chaud. En effet, en refroidissant, le rivet rétrécit et pince davantage les plaques que les rivets posés à froid. Toutefois, la force de serrage est peu fiable et n’est pas suffisante pour développer une résistance par frottement que l’on peut qualifier de structurale.

Plusieurs formes peuvent être données à la tête déformée du rivet. Quelques exemples sont illustrés sur la figure 7.6 (voir acétate 27).

Les rivets à mater sont davantage utilisés dans l’industrie du transport que dans celle de la construction.

**Figure 7.6 – exemples de tête de rivets à mater**

Le rivetage mécanique présente plusieurs avantages indéniables : rapidité de pose, main-d’œuvre non spécialisée, meilleur contrôle de qualité, esthétisme et étanchéité.

Les rivets mécaniques sont classés en deux familles : les boulons à sertir (rivets qui possèdent les caractéristiques des boulons) pour lesquels l’accès aux deux faces de l’assemblage est nécessaire (voir figure c, acétate 28) et les rivets aveugles pour lesquels l’accès à une seule face de l’assemblage est suffisant (voir figure f, acétate 28). Le serrage des éléments est réalisé à l’aide d’outils spécialement adaptés, pneumatiques, hydrauliques ou manuels (pinces), qui permettent de faire plusieurs assemblages à la minute. Pour les boulons à sertir, le serrage est réalisé par la mise en tension de la tige avec le sertissage d’une bague sur la tige elle-même. Pour les rivets aveugles, le serrage est réalisé par la mise en compression du corps du rivet par l’intermédiaire de la tête de la tige pour former une contre-tête du côté opposé.

Les rivets aveugles varient en diamètre, de 5 mm (3/16 po) à 19 mm (3/4 po) et sont en aluminium ou en acier inoxydable austénitique. Les boulons à sertir sont disponibles en acier inoxydable ou au carbone (A307) et en alliage d’aluminium 2024-T4, 6061-T6 et 7075-T73. Les boulons à base de cuivre (séries 2000 et 7000) sont livrés avec une protection par anodisation d’au moins 15 μm suivie d’un colmatage au bichromate de potassium (sous-section 2.7.5[[8]](#footnote-8)). Les diamètres varient aussi de 5 à 19 mm.

### Diapositive 29 :

**Boulons**

Les boulons en **alliage d’aluminium** ont généralement une tête et un écrou de forme hexagonale (figure a, acétate 7). Ils doivent toujours être utilisés avec des rondelles d’acier situées sous la tête et l’écrou, surtout lorsque des trous surdimensionnés ou oblongs sont utilisés. L’utilisation de trous de dimensions autres que celles qui sont présentées à la sous-section 4.4.2 ($d\_{o} = d + 1 mm ou d + 1,5 mm$) ne sont toutefois pas recommandés par la référence (7.1).

Les alliages les plus souvent utilisés pour les boulons en aluminium sont les alliages 2024-T4, 6061-T6 et 7075-T73, alors que l’alliage 6262-T9 n’est utilisé que pour les écrous.

La protection contre la corrosion galvanique des aciers zingués ou cadmiés n’est pas absolue. En effet, lorsque l’assemblage d’aluminium est exposé dans un milieu agressif, et surtout immergé en permanence dans un milieu aqueux très conducteur tel que l’eau de mer, les solutions salines ou les eaux usées, la corrosion peut survenir lorsque le protecteur disparaît. Dans de tels milieux, il est préférable d’utiliser des connecteurs en acier inoxydable ou, encore mieux, en alliages d’aluminium.

Il convient de rappeler que la corrosion galvanique est réduite de beaucoup lorsque la dimension relative de l’anode (les pièces en aluminium) est grande comparée à celle de la cathode (les connecteurs). C’est une des raisons pour lesquelles les connecteurs en acier inoxydable se comportent si bien avec l’aluminium, même si la différence de potentiel observée dans le tableau 2.18[[9]](#footnote-9) est grande entre l’aluminium et l’acier inoxydable qui, de plus, est passif (voir la sous-section 2.14.15 pour plus de détails sur le sujet).

Parmi toutes les catégories d’acier inoxydable, l’acier inoxydable austénitique de la série 300 (18 % de chrome et 8 % de nickel) est le plus courant et le plus approprié pour une utilisation avec l’aluminium. L’alliage de type 303 est le moins coûteux et se travaille bien; l’alliage de type 304 se comporte de façon adéquate dans un environnement industriel et l’alliage de type 316, beaucoup plus dispendieux, convient bien aux environnements marins.

Le diamètre nominal (d) de la tige des boulons à haute résistance de type A325M varie de 16 à 36 mm (diamètres disponibles : 16, 22, 24, 27, 30 et 36 mm). Toutefois, les boulons de diamètre supérieur à 24 mm (1 po) sont rarement utilisés dans les structures d’aluminium. Pour ce qui est des autres caractéristiques des boulons et des rivets, telles que les longueurs de filetage et les dimensions des têtes, prises, écrous et rondelles, ainsi que pour les exigences de fabrication, telles que les méthodes de contrôle de qualité, les tolérances, l’identification et le marquage des boulons, on réfère le lecteur aux catalogues des manufacturiers (voir aussi les références (7.7) et (7.8)[[10]](#footnote-10)).

Le tableau 7.1 (voir acétate 30) présente l’aire de la section nominale correspondant aux principaux diamètres utilisés pour les rivets et les boulons. Il arrive souvent que des connecteurs ne soient disponibles que dans le système impérial d’unités.

**Tableau 7.1 – Aire de la section nominale des connecteurs métriques et impériaux**

### Diapositive 35 :

**7.3.3 Traction**

La résistance pondérée en traction des boulons (Tr) ne doit pas excéder la plus petite des valeurs suivantes où φf = 0,67 et Ab est l’aire de la section brute nominale du boulon (tableau 7.1):

$T\_{r}=Φ\_{f}0.75A\_{b}F\_{ub}$ (7.7)

$T\_{r}=Φ\_{f}A\_{b}F\_{yb}$ (Boulons en aluminium seulement; rarement critique) (7.8)

La charge de rupture théorique en traction d’un boulon est égale au produit de l’aire de la section résistante (Anb) du boulon par la contrainte minimale de rupture en traction (Fub). La section résistante est la section à fonds de filets et varie selon le pas des filets (nombre de filets par unité de longueur de la tige; voir plus loin). Dans la référence (7.1), la section résistante est considérée égale à $0.7 A\_{b}$ pour tous les boulons.

$A\_{nb}=0.7A\_{b}$ (7.9)

Toutefois, pour tenir compte de l’influence positive du confinement sur la striction de la section nette à la rupture, la valeur de la constante est augmentée à 0,75 dans l’équation (7.7).

### Diapositive 36 :

Des équations permettant un calcul plus précis de Anb sont proposées dans les références (7.5), (7.7) et (7.11)[[11]](#footnote-11) :

Pour les boulons en acier,

$A\_{nb}=0.7854\left(d-\frac{0.9743}{n}\right)^{2}$ (7.10)

Pour les boulons en aluminium,

$A\_{nb}=0.7854\left(d-\frac{1.2269}{n}\right)^{2}$ (7.11)

En comparant les équations (7.10) et (7.11), on constate, à première vue, que l’aire de la section résistante des boulons en aluminium est inférieure à celle des boulons en acier. Dans ces équations, *n* est le nombre de filets par pouce de longueur de la tige, et *d* est le diamètre nominal du boulon en pouce. L’équation (7.10) est utilisée pour le calcul de l’aire de la section efficace des boulons à gros filets (de type UNC) couramment utilisés en construction, et des boulons en acier galvanisé avec gros filets ou filets fins (de type UNF).

### Diapositive 37 :

Le tableau 7.3 (voir acétate) compare les différentes valeurs des aires de section efficace obtenues des équations (7.9) à (7.11) pour les diamètres de connecteurs présentés dans le tableau 7.1.

**Tableau 7.3 – Aire de la section efficace des connecteurs métriques et impériaux**

En examinant le tableau 7.3, on constate que l’utilisation d’une constante égale à 0,7 dans l’équation (7.9) donne des résultats acceptables, **quoique légèrement non sécuritaires, surtout pour les boulons en aluminium de faible diamètre**.

Il convient de souligner que les contraintes de cisaillement dues à la torsion, induites dans le boulon lors du serrage, n’ont pas d’effet significatif sur la résistance ultime en traction du boulon. Autrement dit, si l’on soumet à un essai de traction un boulon dans un état de serrage, il aura la même résistance ultime qu’un boulon libre.

Lorsqu’un assemblage est soumis à un effort de traction externe, comme l’assemblage de la figure c (acétate 10), le serrage contrôlé des boulons est obligatoire. Il semble, à première vue, que l’application d’une force de traction externe sur un boulon dans un état de serrage intensif (boulon précontraint) doive faire augmenter la traction dans le boulon. On peut démontrer que cette augmentation est minime tant qu’il n’y a pas séparation des pièces assemblées. En effet, les conditions d’élasticité résultant de la précontrainte de traction dans les boulons et de la précontrainte de compression dans les pièces assemblées, font qu’un effort de traction externe appliqué à l’assemblage et qui ne cause pas la séparation des pièces assemblées, n’entraîne qu’une très légère augmentation de l’effort réel de traction dans le boulon.

### Diapositive 39 :

**7.3.4 Cisaillement**

La résistance d’un boulon au cisaillement dépend du nombre de plans de cisaillement (m) et de la position des filets par rapport au plan de cisaillement. Le boulon de la figure *a* (voir acétate) est soumis à du cisaillement simple car il n’y a qu’un seul plan de cisaillement ($m = 1$). Pour l’assemblage de la figure *b* (voir acétate), il y a deux plans de cisaillement ( $m = 2$) et chaque plan résiste à la moitié de la charge totale. Dans ce cas, le boulon travaille en cisaillement double et sa résistance est le double de celle du boulon de la figure *a* pour un même diamètre et une même qualité de boulon.

**Figure 7.7 – Cisaillement d’un boulon**

La charge de rupture théorique d’un boulon en cisaillement est égale au produit de l’aire de la section résistante du boulon par la contrainte de rupture du boulon en cisaillement donnée par l’équation (2.4[[12]](#footnote-12)). La section résistante est égale à la section brute (Ab), si les filets sont exclus des plans de cisaillement. La résistance pondérée en cisaillement d’un boulon (Vr) est obtenue en multipliant la charge de rupture par le coefficient de tenue φf égal à 0,67. On a donc :

$V\_{r}=Φ\_{f}mA\_{b}(0.6F\_{ub})$ (7.12)

Les résultats d’essais présentés dans la référence (7.9[[13]](#footnote-13)) montrent que la force de traction dans un boulon due au serrage n’affecte pas de façon significative la résistance ultime du boulon au cisaillement.

Si le filetage est inclus dans un plan de cisaillement, ce n’est pas la section brute du boulon qui est cisaillée, mais la section filetée. La section résistante au cisaillement est alors approximativement égale à 70 % de la section brute. Si les filets sont inclus dans le plan de cisaillement, on utilise donc l’équation suivante :

$V\_{r}=Φ\_{f}m(0.7A\_{b})(0.6F\_{ub})$ (7.13)

### Diapositive 40 :

Le tableau 7.4 (voir acétate) peut s’avérer utile pour accélérer le calcul de la résistance en traction des boulons et de la résistance en cisaillement des boulons et des rivets pour tous les alliages apparaissant au tableau 7.2 (voir acétate 32). Il suffit de multiplier les valeurs du tableau par Fub ou Fyb en MPa, selon le cas, pour obtenir les valeurs de résistance en Newtons.

**Tableau 7.4 – Résistance pondérée en traction et en cisaillement des boulons et des rivets**

### Diapositive 42 :

Lorsque l’effort sollicitant un groupe de boulons produit du cisaillement et de la traction dans les boulons (figure d, e et f – voir acétate 10), il faut vérifier la résistance des boulons à la traction et au cisaillement combinés. Cette résistance est donnée dans la plupart des normes par une équation d’interaction de type elliptique qui représente bien les résultats d’essais. La courbe théorique et les résultats expérimentaux sont comparés dans la référence (7.9). L’équation de l’ellipse a été dérivée à partir de l’équation d’interaction suivante :

$\left(\frac{V\_{f}}{V\_{r}}\right)^{2}+\left(\frac{T\_{f}}{T\_{r}}\right)^{2}\leq 1.0$ (7.14)

Dans cette équation, Vf et Tf sont respectivement l’effort tranchant et l’effort de traction sollicitant un boulon, et produits par les charges pondérées.

Une simple transformation de l’équation (7.14) donne l’équation suivante qui est représentée sur la figure 7.8 (voir courbe – acétate 42) :

$$T\_{f}=\frac{T\_{r}}{V\_{r}}\sqrt{V\_{r}^{2}-V\_{f}^{2}}$$

L’ellipse peut être remplacée sans perte de précision appréciable par trois segments de droite, tel qu’illustré sur la figure 7.8. La pente (R) de la droite inclinée est approximativement égale à ${T\_{r}}/{V\_{r}}$ :

$$R≈\frac{T\_{r}}{V\_{r}}$$

Si on utilise l’équation (7.7) pour la valeur de Tr et les équations (7.12) et (7.13) pour la valeur de Vr, on obtient $R = 1.25$ lorsque les filets sont exclus des plans de cisaillement, et $R = 1.8$ lorsque les filets sont inclus.

L’approximation linéaire montrée sur la figure 7.8 peut être utilisée en apportant une légère modification à une des valeurs de R et en fixant l’ordonnée (C) à 1,25Tr. L’équation d’interaction qui en résulte est la suivante dans laquelle $T'\_{r}$ est une résistance pondérée en traction réduite :

$T'\_{r}=1.25T\_{r}-RV\_{f}\leq T\_{r}$ (7.15)

**Figure 7.8 – Interaction traction –cisaillement pour les boulons**

Dans l’équation (7.15), $R = 1,4$ lorsque les filets sont exclus des plans de cisaillement et $R = 1,8$ lorsque ce n’est pas le cas. Cette forme d’équation d’interaction est utilisée dans quelques normes de calcul des charpentes d’aluminium ou d’acier.

De nombreux exemples de calcul sont présentés à la section 7.13[[14]](#footnote-14) pour illustrer l’utilisation des équations introduites à la section 7.3[[15]](#footnote-15).

# Résistance au glissement (pour les assemblages anti-glissement)

### Diapositive 45 :

**7.4 Résistance au glissement**

**7.4.1 Serrage contrôlé des boulons**

Pour les assemblages concentriques ou excentriques en cisaillement (figures a et b, voir acétate 9), travaillant à la pression diamétrale (assemblages par contact), on utilise des boulons à serrage non contrôlé ou des rivets, comme on l’a vu à la section précédente. Dans ce cas, on applique aux boulons seulement un couple de serrage initial, obtenu par l’effort maximal d’un opérateur utilisant une clé de serrage, et on s’assure que le boulon ne se desserrera pas.

Il existe certaines situations où un assemblage à serrage contrôlé des boulons est requis :

* les assemblages soumis à un effort de traction;
* les assemblages résistant à des charges dynamiques ou répétitives où la fatigue des matériaux devient une considération importante;
* les assemblages soumis à des vibrations.

Il est possible d’exercer une certaine force de serrage sur des boulons en aluminium ou en acier au carbone de type A307. Toutefois, l’effort appliqué dans les boulons n’est pas fiable puisqu’il est difficile à contrôler, et la résistance au glissement qui en résulte est non seulement impossible à évaluer de façon précise, mais elle ne permet généralement pas de résister aux charges d’utilisation (charge non pondérées). Un tel serrage peut être suffisant dans certaines situations, mais lorsqu’un véritable serrage contrôlé est requis, comme dans les ponts boulonnés en aluminium, il faut utiliser des boulons en acier à haute résistance de type A325 ou A325M et réaliser des assemblages antiglissement, comme dans les charpentes d’acier où de tels assemblages sont pratique courante. Les boulons A325 doivent, bien sûr, posséder une couche protectrice pour éviter la corrosion galvanique, tel qu’indiqué dans la section précédente.

Lorsque le serrage des boulons doit être contrôlé, la force de serrage, aussi appelée pré-tension ou effort de précontrainte, doit être au moins égale à 70 % de la charge de rupture en traction, obtenue en multipliant la section résistante du boulon définie précédemment (section à fond de filets) par la contrainte minimale de rupture (Fub).

La force de serrage minimale d’un boulon à haute résistance à serrage contrôlé est donc égale à :

$T\_{o}=0.7\left(0.75A\_{b}\right)F\_{ub}=0.525A\_{b}F\_{ub}$ (7.16)

### Diapositive 46 :

Pour le serrage contrôlé des boulons à haute résistance, la méthode la plus fiable et la plus utilisée est la méthode du tour d’écrou, c’est-à-dire le serrage par rotation contrôlée de l’écrou ou de la tête du boulon. Lors d’essais, **cette méthode de serrage s’est révélée plus précise que la méthode du couple contrôlé, c’est-à-dire serrage à l’aide d’une clé dynamométrique**. Cette dernière méthode est peu fiable car la relation entre le couple appliqué et la traction dans le boulon n’est pas constante à cause du frottement, de sorte que l’on peut obtenir des forces de serrage inférieures à la valeur minimale recommandée (To). Par contre, la méthode du tour d’écrou ne dépend pas du frottement. En effet, à la fraction de tour que l’on fait subir à l’écrou ou à la tête du boulon correspond un allongement du boulon, et à cet allongement correspond une force de serrage.

La méthode du tour d’écrou consiste à faire tourner l’écrou (ou la tête du boulon) d’une fraction de tour à partir du serrage initial qui amène fermement en contact les pièces à assembler. Tel que mentionné précédemment, la force de serrage initiale est celle qui est obtenue par l’effort maximal d’un opérateur. Même si le serrage initial est imprécis, étant donné que la relation effort-déformation d’un boulon en traction s’aplatit après avoir dépassé la traction minimale (To), la force de serrage finale, qui se situe dans le domaine inélastique, varie peu. Ce point est illustré à la figure 7.9 (voir acétate).

**Figure 7.9 – Faible influence de l’imprécision du serrage initial sur la force de serrage finale**

La rotation ou fraction de tour qu’on doit faire subir à l’écrou à partir du serrage initial est définie dans le tableau 7.5 (voir acétate 47). La tolérance de rotation est de 30°, soit 1/12 de tour, en plus ou moins. Même si la méthode du tour d’écrou amène le boulon dans le domaine inélastique, étant donné qu’il faut environ deux tours et demi à partir du serrage initial pour casser le boulon, la marge de sécurité contre la rupture par rotation excessive de l’écrou reste généreuse.

Deux études récentes ont démontré que la méthode du tour d’écrou développée pour les assemblages boulonnés en acier s’applique intégralement aux assemblages en aluminium.

Lorsqu’on compare les équations (7.7) et (7.16), on constate que la traction minimale de serrage d’un boulon est supérieure à la résistance pondéré en traction du boulon ($T\_{o}=0.525A\_{b}F\_{ub}>T\_{r}=0.5A\_{b}F\_{ub}$). Selon la règle fondamentale du calcul aux états limites, la force de traction externe sollicitant chaque boulon, dénotée Tf, ne peut pas être supérieure à Tr, soit $T\_{f}\leq T\_{r}\leq T\_{o}$. L’effort externe ne pourra donc jamais décomprimer l’assemblage, c’est-à-dire que les pièces assemblées ne peuvent pas se séparer. Par conséquent, la traction dans les boulons à haute résistance et à serrage contrôlé reste presque constante lorsque l’assemblage est soumis à une charge externe de traction, parce qu’on calcule l’assemblage de manière à ce que cette charge soit insuffisante pour vaincre la précontrainte, c’est-à-dire produire la séparation des pièces assemblées. Il ne fait donc aucun doute qu’un dépassement de la résistance à la traction est impossible s’il n’y a pas séparation des pièces assemblées.

Des études ont prouvé que les boulons en acier à haute résistance ont tendance à relaxer après un serrage contrôlé. Le taux de relaxation d’un boulon A325 peut varier entre 2 et 11 % avec une moyenne de 5 % immédiatement après l’application de la charge. Une relaxation additionnelle de 3 à 4 % se produit dans les vingt-quatre heures qui suivent et la précontrainte dans le boulon se stabilise par la suite. La perte de précontrainte serait en grande partie attribuable à la longueur de la prise (figure 7.1a) et au nombre de plaques reliées. Plus la prise est courte et plus le nombre de plaques est élevé pour une prise constante, plus grande est la perte de précontrainte.

Le taux de relaxation est deux fois plus élevé lorsque le boulon et les plaques sont galvanisés, à cause de la plus grande déformabilité de la couche de zinc. Il est donc important d’en tenir compte, principalement dans le calcul des assemblages en aluminium, ou de resserrer les boulons au moins vingt-quatre heures après leur installation.

### Diapositive 49 :

**7.4.2 Définition des états limites**

L’utilisation de boulons à haute résistance à serrage contrôlé permet de produire une pression importante sur les surfaces de contact des pièces assemblées. En effet, pour équilibrer la force de traction induite dans la tige du boulon lors du serrage, l’écrou et la tête du boulon doivent exercer une force de compression sur les pièces assemblées et cette force génère une résistance au glissement par frottement. Lorsque les boulons sont soumis à un effort tranchant concentrique ou excentrique, l’assemblage travaille en cisaillement et l’effort tranchant qu’il peut supporter sans glissement est d’autant plus élevé que la force qui comprime les pièces assemblées est importante et que le coefficient de frottement entre les surfaces en contact est élevé.

Lorsque l’effort tranchant qui sollicite un assemblage dépasse la résistance par frottement, il y a glissement et ce mouvement s’arrête lorsque le rattrapage du jeu entre le boulon et le trou est terminé. À ce moment, la tige du boulon bute contre les parois du trou et le cisaillement du boulon débute. Donc, dans les assemblages travaillant en cisaillement, l’effort tranchant est d’abord transmis par frottement et les boulons ne sont soumis à aucune contrainte de cisaillement tant que le glissement d’ensemble ne s’est pas produit, c’est-à-dire tant que le frottement statique ne se trouve pas dépassé sur toute la longueur de l’assemblage. Après le glissement, l’effort tranchant est transmis par contact, c’est-à-dire que les tiges des boulons exercent une pression diamétrale contre les pièces assemblées.

Pour les assemblages antiglissement, il y a deux catégories d’états limites à vérifier. Comme pour les assemblages par contact, il faut vérifier que la résistance pondérée de l’assemblage est supérieure ou égale aux efforts produits par les charges pondérées (états limites ultimes). De plus, il faut vérifier que la résistance au glissement de l’assemblage est supérieure ou égale aux efforts produits par les charges d’utilisation. Le glissement ne doit pas se produire à l’état limite d’utilisation. Il y a généralement un plus grand nombre de boulons dans les assemblages antiglissement, car la probabilité de glissement sous les charges d’utilisation est très faible.

L’utilisation d’assemblages antiglissement est particulière plutôt que générale. Dans les bâtiments, il est assez rare qu’il soit nécessaire de spécifier des assemblages antiglissement. Ce type d’assemblages est utilisé lorsque les pièces assemblées sont soumises à des inversions d’efforts fréquents ou à des chargements cycliques pouvant causer la fatigue des assemblages boulonnés (exemple : les assemblages dans les ponts). Le frottement entre deux pièces et le glissement relatif répété dû à une charge cyclique sont la cause de microfissures pouvant réduire considérablement la résistance à la fatigue. Il est donc préférable, dans ce cas, de spécifier des assemblages antiglissement.

Il en est de même pour les assemblages de pièces soumises à des forces d’impact ou supportant dans machines vibrantes. Il y a aussi le cas des charpentes qui ne peuvent subir que des déformations très limitées (contrôle serré des flèches). Comme le glissement cause une augmentation des déformations, il est préférable, dans ce cas, d’éliminer le glissement sous les charges d’utilisation.

### Diapositive 51 :

**7.4.3 Recommandations pour le calcul**

La résistance au glissement produite par le serrage contrôlé d’un boulon à haute résistance dépend de la force normale aux surfaces en contact (force de serrage, To), du nombre de plans de frottement ou plans de cisaillement (m) et du coefficient de frottement moyen ou nominal des surfaces en contact (μ), lequel dépend de l’état de ces surfaces. La résistance au glissement générée par le serrage d’un boulon est donc égale à l’équation suivante, selon la norme canadienne de calcul des charpentes d’aluminium:

$V\_{s}=0.15mA\_{b}F\_{ub}$ (7.17)

La constante de l’équation (7.17) est le produit de la constante de l'équation (7.16) par le coefficient de friction $μ= 0,30$, considéré par la référence (7.1) pour les surfaces soumises à un traitement au jet de sable ou à tout autre traitement équivalent ($0,30\*0,525 = 0,16$).

Une étude récente réalisée sur les assemblages antiglissement en aluminium, a permis de proposer des coefficients (μ) de l’ordre de 0,50 et 0,35, à utiliser dans l’équation suivante, qui est, en fait, l’équation (7.17) :

$V\_{s}=μmT\_{o}$ (7.22)

Le coefficient $μ = 0.50$ est utilisé si le profil moyen des aspérités obtenu par jet d’abrasif est égal à 2,0 mils (rugosité moyenne de 0,051 mm) et $μ = 0.35$ lorsque le profil est de 1,5 mils (rugosité moyenne de 0,038 mm). Ces valeurs sont confirmées pour les variables qui se situent à l’intérieur des limites de l’étude : ${5}/{8^{''}}(16mm)\leq d\leq {7}/{8^{''}}(22mm)$ et $30\leq t\leq 50mm$. Sinon, il est suggéré de procéder à des essais selon l’une ou l’autre des méthodes et procédures recommandées par les références (7.3) et (7.7) et d’évaluer statistiquement la valeur de μ à l’aide de l’équation suivante, afin de lui attribuer une probabilité de glissement de 5 % (cinq chances sur cent que l’assemblage glisse sous les charges d’utilisation) :

$μ=\overbar{μ}-1.645σ$ (7.23)

Dans cette dernière équation, $\overbar{μ}$ et $σ$ sont respectivement la moyenne et l’écart type des résultats obtenus des essais et, dans l’équation (7.22), To est la force de serrage minimale définie par l’équation (7.16).

Enfin, l’étude conclut que les pertes de résistance attribuables aux grandes variations de température et aux effets de la relaxation des contraintes sont de l’ordre de 10 % chacune, mais que la perte de résistance causée par la relaxation des contraintes peut être annulée si les boulons sont resserrés au moins vingt-quatre heures après le serrage initial (voir la sous-section 7.4.1).

### Diapositive 53 :

**7.4.4 Traction et cisaillement combinés**

Lorsqu’un boulon est soumis simultanément à un effort de traction et de cisaillement, la résistance au glissement diminue puisque l’effort de traction tend à séparer les surfaces en contact. Tant que l’effort de traction dans le boulon, produit par les charges externes, n’atteint pas une intensité au moins égale à la force de serrage, les surfaces ne peuvent pas se séparer. Après la séparation des surfaces, la résistance au glissement est évidemment nulle.

À partir de ces considérations théoriques, on peut poser l’équation d’interaction suivante, où V et T représentent l’effort tranchant et l’effort de traction dans un boulon quelconque, dus aux charges d’utilisation.

$$\frac{V}{V\_{s}}+\frac{T}{T\_{o}}\leq 1.0$$

On note que si $T = T\_{o}$, l’effort V doit être nul puisqu’il n’y a plus de résistance au glissement. Substituant l’équation (7.16) dans cette dernière équation, on obtient l’équation suivante pour le calcul de la résistance au glissement par boulon, dans le cas de traction et de cisaillement combinés :

$\frac{V}{V\_{s}}+\frac{1.9T}{A\_{b}F\_{ub}}\leq 1.0$ (7.24)

Les exemples 7.1, 7.3 et 7.4, présentés à la section 7.13, illustrent le calcul des assemblages antiglissement.

# Résistance des pièces de transfert

### Diapositive 56 :

**7.5 Résistance des pièces**

**7.5.1 Résistance à la pression diamétrale**

Les assemblages mécaniques sont constitués de connecteurs mécaniques (rivets, boulons, vis, etc.) de pièces de transfert et de pièces assemblées. Jusqu’à présent, l’étude a surtout porté sur l’évaluation de la résistance des connecteurs, à l’exception peut-être de la résistance au glissement où les pièces assemblées ont un rôle important à jouer. Dans la présente section, on s’attardera à calculer la résistance des pièces de transfert et la résistance locale des pièces assemblées.

**Après le glissement**, dans les assemblages avec serrage contrôlé ou non contrôlé des boulons et dans les assemblages rivetés, l’effort tranchant qui sollicite l’assemblage est transmis par contact, c’est-à-dire que les tiges des boulons butent contre les parois des trous et exercent une pression diamétrale contre les pièces. Cette pression peut produire **une ovalisation excessive des trous** (figure a, voir acétate) ou **une rupture par cisaillement du matériau entre un boulon d’extrémité et le bord libre adjacent, soit dans les pièces de transfert, soit dans les pièces principales** (figure b, voir acétate).

Comme la distance entre les boulons (*s*) est généralement égale ou supérieure à 2,5d, tel qu’expliqué à la sous-section 7.2.3, **la rupture par ovalisation excessive des trous ne dépend que de l’épaisseur des pièces**. Si cette épaisseur est trop faible, le matériau s’empile devant le boulon et le trou s’agrandit, ce qui conduit à **des déformations inacceptables. Il s’agit alors davantage d’un état limite d’utilisation** que d’un état limite de rupture.

**La rupture par cisaillement aux extrémités dépend de l’épaisseur des pièces** et de la pince longitudinale, c’est-à-dire la distance au bord libre dans la direction de l’effort (paramètre e sur les figures 7.4 (voir acétate 19) et 7.10 (voir acétate 56)). Ce type de rupture peut conduire à la séparation des pièces. Il est très important de noter que la distance e n’est pas nécessairement la même dans les pièces de transfert (un gousset, par exemple) et dans les pièces principales. Ainsi, sur la figure 7.4a, la distance *e* pour la pièce de transfert (le gousset) est la distance séparant le premier boulon du bord du gousset, alors que pour les pièces principales (les cornières), c’est la distance entre le dernier boulon et le bout des cornières. De plus, il faut tenir compte du fait que s’il y a deux pièces principales, comme les deux cornières de la figure 7.4a, la force d’écrasement autour de chaque boulon dans les cornières est la moitié de celle qui agit autour des boulons dans le gousset. Autrement dit, pour une même pince longitudinale (*e*), l’épaisseur du gousset doit être égale à deux fois l’épaisseur des cornières pour obtenir une même résistance à la pression diamétrale.

**Figure 7.10 – Résistance à la pression diamétrale**

La distribution exacte des contraintes autour des boulons est inconnue. En plus de la pression diamétrale, dénotée $σ\_{b}$, il y a la pression exercée par l’écrou et la tête du boulon, due au serrage (état triaxial de contrainte). La pression diamétrale produit la plastification confinée du matériau en contact avec le boulon, ce qui fait augmenter la surface de contact entre la tige et la paroi du trou. On admet que la surface de contact entre la tige du boulon et la paroi du trou est égale à $dt$, où d est le diamètre du boulon et t est l’épaisseur de la pièce de transfert ou de la pièce assemblée (figure 7.10a). On admet également une distribution uniforme de la pression diamétrale sur cette surface.

La rupture se produit par déchirement (cisaillement) du matériau situé derrière le connecteur et, par conséquent, varie en fonction de la longueur de la pince longitudinale e montrée sur la figure 7.10b. La résistance limite à considérer fait intervenir la contrainte de rupture en cisaillement (Fsu) du matériau plutôt que la limite élastique de cisaillement (Fsy), pour les mêmes raisons que celles invoquées précédemment pour le calcul des assemblages en général.

### Diapositive 57 :

Lorsque la distance *e* augmente, la résistance augmente pour atteindre un plateau lorsque la pince longitudinale e excède approximativement la longueur 2d. Si on considère une surface cisaillée totale égale à $2\*e\*t$, tel qu’illustré sur la figure 7.10b, et qu’on fait appel au critère de rupture de Tresca ($F\_{su}={F\_{u}}/{2}$; voir l’équation 4.9[[16]](#footnote-16)), on obtient les équations suivantes recommandées par la référence (7.1) pour la calcul de la résistance pondérée à la pression diamétrale :

$B\_{r}=Φ\_{u}e\*tF\_{u}$ (7.25)

$B\_{r}=Φ\_{u}\*2\*d\*t\*F\_{u}$ (7.26)

C’est la plus petite valeur obtenue des équations (7.25) et (7.26) qui détermine la résistance pondérée des pièces assemblées à la pression diamétrale. Dans ces équations, Fu est la résistance ultime des éléments assemblés (tableau 2.8) et $Φ\_{u}=0.75$ (voir le tableau 3.5[[17]](#footnote-17)).

Puisque l’espacement (*s*) entre les boulons est supérieur ou égal à 2,5d (figure 7.4), la pression diamétrale est invariable lorsque $e \geq 2d$ et l’ovalisation des trous ne dépend que de l’épaisseur des pièces. Autrement dit, il y a possibilité de mise hors service par ovalisation excessive des trous lorsque $e \geq 2d$.

On doit vérifier que la force d’écrasement autour d’un boulon, causée par les charges pondérées et dénotée Bf, est inférieure ou, à la limite, égale à la résistance pondérée à la pression diamétrale ($B\_{f}\leq B\_{r}$), dans les pièces de transfert et dans les pièces assemblées.

Comme on le verra plus loin, pour les assemblages concentriques en cisaillement, on peut calculer le nombre de boulons requis avec l’équation (7.12) ou l’équation (7.13) si les filets sont inclus dans le plan de cisaillement, et avec l’équation (7.25) ou (7.26). Si l’équation (7.25) ou (7.26) requiert un plus grand nombre de boulons, la pression diamétrale exercée par les boulons est plus critique que le cisaillement des boulons.

Dans certains cas, il peut être utile que la résistance à la pression diamétrale autour d’un boulon soit au moins égale à la résistance en cisaillement d’un boulon, soit $B\_{r}\geq V\_{r}$ . Avec l’équation (7.25), en admettant que $e\geq 2d$, et avec l’équation (7.12), en admettant que les filets sont exclus des plans de cisaillement, on obtient :

$t\geq \frac{Φ\_{f}0.6mA\_{b}F\_{ub}}{Φ\_{u}eF\_{u}}$ (7.27)

Si *e* est plus grand que 2d, on remplace e par 2d dans l’équation (7.27), et si les filets sont inclus dans les plans de cisaillement, on remplace la constante 0,6 par 0,42 (0,6 \* 0,7).

Pour les boulons travaillant en cisaillement simple (m = 1), t est l’épaisseur minimale de chacune des plaques assemblées (figure a, acétate 39). Pour les boulons travaillant en cisaillement double ($m = 2$), t est l’épaisseur minimale de la plaque ayant deux surfaces de contact (plaque centrale sur la figure b, acétate 39). L’épaisseur des deux autres plaques, celles n’ayant qu’une surface de contact, doit être au moins égale à $0.5t$. Dans ce cas, la pince *e* doit évidemment être la même dans toutes les plaques.

### Diapositive 59 :

**7.5.2 Assemblages à recouvrement non raidis**

Les assemblages à recouvrement simple non raidis, sollicités en traction, sont chargés de façon excentrée et ont tendance à se déformer en induisant des efforts supplémentaires de traction dans les connecteurs et de la flexion dans les plaques. La figure 7.11 (voir acétate) illustre le phénomène.

Ces effets secondaires causent une réduction de la résistance à la pression diamétrale de l’assemblage, **et la réduction la plus sévère est obtenue lorsque les plaques sont d’égale épaisseur**. Il a été démontré, dans une étude effectuée sur des assemblages en acier, que dans pareil cas, la résistance pondérée à la pression diamétrale donnée pas les équations (7.25) et (7.26) est réduite de moitié et qu’il faut que la plaque la plus épaisse soit au moins égale à trois fois l’épaisseur de la plaque la moins épaisse pour que les équations (7.25) et (7.26) puissent être appliquées au calcul de la résistance pondérée à la pression diamétrale de la plaque mince (voir la figure 7.10, acétate 56). Les équations suivantes permettent de simuler ce comportement :

$B\_{r}=\frac{Φ\_{u}(t\_{1}+t\_{2})eF\_{u}}{4}$ (7.28)

$B\_{r}=\frac{Φ\_{u}(t\_{1}+t\_{2})dF\_{u}}{4}$ (7.29)

Les paramètres de ces équations sont définis sur la figure 7.11b. Les assemblages raidis, tel celui qui est montré que la figure 7.11a, comportent généralement une excentricité dont l’effet se fait davantage sentir sur les pièces, que localement, dans l’assemblage.

**Figure 7.11 – Assemblages à simple recouvrement**

### Diapositive 61 :

**7.5.3 Bords obliques**

La résistance pondérée à la pression diamétrale d’une plaque dont le bord est incliné par rapport à l’axe de chargement, est calculée en considérant la moins élevée des valeurs obtenues de l’équation (7.26) et de l’équation suivante :

$B\_{r}=Φ\_{u}\left[e+\left(e-d\right)cos^{2}θ\right]tF\_{u}$ (7.30)

L’angle $θ$ est mesuré entre l’axe de la charge et le bord situé à l’extrémité de la plaque, tel qu’illustré sur la figure 7.12 (voir acétate), et la pince longitudinale (*e*) est mesurée sur la droite croisant le bord incliné à un angle de 90 degrés.

**Figure 7.12 – Pièce en traction à bord oblique**

### Diapositive 63 :

**7.5.4 Ruptures sur la section nette**

En traction ou en cisaillement, on doit vérifier la plastification de la section brute (Ag) et la rupture de la section nette (An) des pièces principales et des pièces de transfert dans les assemblages boulonnés.

Les calculs de résistance effectués sur la section nette doivent tenir compte de tous les plans possibles de rupture en traction ou en cisaillement (figure 7.13, voir acétate) ainsi que de l’effet des excentricités imputables à la géométrie de la pièce ou de l’assemblage, ou au fait que certains éléments de pièces ne peuvent être connectés efficacement (figure 7.13b).

**Figure 7.13 – Ruptures sur la section nette (voir le chapitre IV)**

Ces différents états limites ont été étudiés en détail au chapitre IV puisqu’ils déterminent entièrement le comportement des pièces sollicitées en traction. Un calcul complet de la résistance d’un assemblage mécanique fait donc appel à la théorie présentée dans le présent chapitre ainsi qu’à celle qui est présentée dans le chapitre IV.

De nombreux exemples sont présentés à la section 7.13 pour illustrer le calcul de la résistance des pièces dans les assemblages mécaniques.

# Assemblages concentriques en cisaillement

### Diapositive 66 :

**7.6 Assemblages concentriques en cisaillement**

**7.6.1 Comportement général**

En général, dans le calcul des assemblages boulonnés ou rivetés, l’inconnue est le nombre de boulons ou de rivets, dénoté *n*. Il peut arriver, compte tenu de l’espace disponible, que le nombre de boulons ou de rivets soit pratiquement connu. Dans ce cas, il s’agit de vérifier si le diamètre choisi est suffisant.

### Diapositive 67 :

**7.6.2 Assemblages par contact**

Le calcul pratique des assemblages concentriques en cisaillement est très simple puisqu’on admet que l’effort pondéré total qui sollicite l’assemblage est également réparti dans tous les connecteurs. Il s’agit d’une hypothèse simplificatrice qui n’est vraie à l’ultime que si la rigidité des plaques assemblées est infinie.

Pour un assemblage par contact, le nombre nécessaire de connecteurs pour résister à l’effort pondéré total, dénoté P, est obtenu en considérant soit la résistance d’un connecteur en cisaillement, soit la résistance à la pression diamétrale autour d’un connecteur. Le nombre de connecteurs est donné par :

$n\geq \frac{P}{V\_{r}}$ (7.31)

$n\geq \frac{P}{m\*B\_{r}}$ (7.32)

On choisit la plus grande valeur de n obtenue de (7.31) ou de (7.32). La valeur de Vr est obtenue de (7.12) ou (7.13), et celle de Br de l’équation (7.25) ou (7.26).

Il est important de souligner qu’il faut appliquer deux fois les équations (7.25) et (7.26), soit à la pièce de transfert et à la pièce assemblée. En effet, les deux paramètres principaux de ces équations, *e* et *t*, n’ont généralement pas les mêmes valeurs pour la pièce de transfert et la pièce assemblée. On calcule donc deux séries de valeurs de Br et on choisit la plus petite valeur pour le calcul du nombre de connecteurs, si les connecteurs travaillent en cisaillement simple ($m = 1$, figure 7.7a (voir acétate 39)).

Si les connecteurs travaillent en cisaillement double, il y a un des deux éléments assemblés, la pièce de transfert ou la pièce principale, dont le taux de travail à la pression diamétrale est la moitié de celui de l’autre élément. Pour l’élément dont le taux de travail est réduit de moitié, la valeur de m est égale à 2 dans l’équation (7.32). Pour l’autre élément, $m = 1$. Dans le cas de cisaillement double, on a donc deux valeurs différentes de m à utiliser dans l’équation (7.32), auxquelles correspondent, en général, deux valeurs différentes de Br.

**7.6.3 Assemblages antiglissement**

Pour les assemblages antiglissement, en plus des états limites ultimes, il faut vérifier l’état limite de glissement sous les charges d’utilisation. Le nombre de boulons requis, pour satisfaire cet état limite, est donné par l’équation suivante, pour un assemblage concentrique en cisaillement :

$n\geq \frac{P\_{s}}{V\_{s}}$ (7.33)

Dans cette équation, Ps représente l’effort total d’utilisation sollicitant l’assemblage et Vs la résistance au glissement générée par le serrage d’un boulon. La valeur de Vs est donnée par l’équation (7.17) ou l’une ou l’autre des équations présentées à la sous-section 7.4.3.

Un exemple de calcul d’assemblage concentrique en cisaillement est présenté à la sous-section 7.13.1.

### Diapositive 68 :

**7.6.4 Assemblages pour le transfert d’un effort tranchant**

Pour transmettre les charges de gravité, il est suffisant de réaliser un assemblage qui ne transfère que les réactions dues aux charges de gravité, c’est-à-dire un effort tranchant. C’est l’assemblage le plus utilisé et le plus simple à réaliser. On désigne cette catégorie d’assemblage par les expression joint simple, joint flexible, joint souple ou articulation.

Un joint flexible doit être capable de transmettre l’effort tranchant causé par la combinaison des charges pondérées la plus critique, et de subir la rotation de la poutre correspondant à l’action de ces charges sans développer de moments de flexion significatifs. Théoriquement, le moment fléchissant transmis par un joint simple est nul et la rotation au joint est totalement libre. Pratiquement, on choisit des pièces de transfert relativement minces qui subissent des déformations inélastiques contrôlées, de sorte que le moment développé au joint reste négligeable.

Pour transmettre uniquement un effort tranchant, on peut attacher l’âme de la poutre, puisque l’effort tranchant est repris par l’âme, ou appuyer simplement la poutre sur une console d’appui. Pour attacher l’âme, on peut utiliser comme pièces de transfert, des cornières jumelées, une cornière simple, une plaque frontale, une plaque latérale ou un profilé en T. Des exemples d’assemblages boulonnés simples sont présentés sur la figure 7.15 (voir acétate). Certains peuvent être entièrement boulonnés, ce qui est intéressant lorsqu’on utilise des assemblages en aluminium; d’autres, comme ceux qui requièrent des plaques, nécessitent l’utilisation de soudures.

La longueur (L) de la pièce de transfert dépend géométriquement du nombre de connecteurs et, du point de vue résistance, elle doit être suffisante pour que la résistance au cisaillement soit adéquate (figure 7.15a). De plus, cette longueur ne doit pas être inférieure à la demi-profondeur de la poutre. La pièce de transfert est généralement placée dans la partie supérieure de l’âme, de manière à reprendre immédiatement les charges provenant de la poutre et à assurer la stabilité latérale de la poutre.

**Figure 7.15 – Exemple de joints simples**

# Assemblages excentriques en cisaillement

### Diapositive 71 :

**7.7 Assemblages excentriques en cisaillement**

**7.7.1 Analyse élastique classique**

Dans la mesure du possible, les assemblages doivent être conçus de manière à transmettre les forces sans excentricité. Il y a cependant des situations où cette alternative n’est pas possible. On a alors des assemblages excentriques.

Que l’assemblage soit excentrique en cisaillement ou en traction, l’effet de l’excentricité est de réduire la capacité de l’assemblage par rapport à celle d’un assemblage concentrique ayant le même nombre de connecteurs et le même arrangement géométrique. Cette réduction est d’autant plus importante que l’excentricité est grande comparée aux dimensions du groupe de connecteurs.

Un assemblage excentrique en cisaillement typique est montré sur la figure 7.2b (voir acétate).

Pour le calcul de la résistance pondérée de ce type d’assemblage, on peut utiliser une analyse élastique ou une analyse à l’état limite ultime. La première méthode est plus simple, mais en général, elle sous-évalue de façon significative la résistance du groupe de connecteurs. On distingue deux types d’analyse élastique : l’analyse élastique classique et l’analyse élastique adaptée, que l’on appelle tout simplement analyse élastique.

L’analyse élastique classique est une méthode de calcul très connue, mais elle a le défaut d’être parfois trop sécuritaire. Elle sera quand même présentée, car elle peut être utilise pour un dimensionnement préliminaire. Elle est caractérisée par l’hypothèse que le groupe de connecteurs tourne autour de son centre de gravité sous l’action des charges appliquées.

Dans l’analyse élastique adaptée, on reconnaît l’existence d’un centre de rotation effectif qui ne coïncide pas avec le centre de gravité du groupe de connecteurs. Il s’agit, en quelque sorte, d’une adaptation de la méthode d’analyse à l’état limite ultime. L’analyse élastique donne des résultats moins sécuritaires que ceux qui sont obtenus par la méthode élastique classique et elle est plus conforme à la réalité.

### Diapositive 73 :

L’étude du comportement des assemblages concentriques en cisaillement se ramène à l’étude du modèle montré sur la figure 7.2a (voir acétate 9) et reproduit sur la figure 7.14 (voir acétate 66). Dans ce type d’assemblage, l’effort sollicitant le groupe de connecteurs agit dans un plan perpendiculaire à l’axe des connecteurs et passe par le centre de gravité du groupe. Le serrage contrôlé des connecteurs n’est pas requis pour les assemblages concentriques en cisaillement, sauf pour les cas mentionnés à la sous-section 7.4.1.

**Figure 7.14 – Exemple d’assemblage concentrique en cisaillement**

Quoiqu’il s’agisse du type d’assemblage le plus simple à calculer, comme on le verra plus loin, l’analyse théorique de ce type d’assemblages est assez complexe. Il faut d’abord connaître les lois de comportement des plaques et des connecteurs, c’est-à-dire la courbe effort-allongement des plaques dans les domaines élastique et plastique et la courbe effort tranchant-déformation transversale d’un connecteur en cisaillement. Ces deux courbes sont obtenues expérimentalement et la deuxième est essentiellement inélastique. On obtient la répartition de l’effort total entre les connecteurs en considérant la compatibilité des déformations des connecteurs et des plaques. Autrement dit, les allongements des plaques doivent être compatibles avec les déformations en cisaillement des connecteurs. Les équations de compatibilité et les lois de comportement des plaques et des connecteurs permettent de déterminer le taux de travail de chaque connecteur.

Dans la référence (7.1), on admet un taux de travail uniforme des connecteurs dans les assemblages concentriques en cisaillement. La capacité de l’assemblage est donc égale à $n\*V\_{r}$, où Vr est obtenu de l’équation (7.12) ou (7.13).

Toutefois, les résultats des études théoriques, confirmés par des essais, montrent qu’à l’ultime, le taux de travail des connecteurs n’est pas uniforme lorsque les files de connecteurs sont relativement longues. Autrement, dit, les connecteurs aux extrémités d’une file atteignent leur déformation ultime en cisaillement et se cassent avant que la résistance maximale des autres connecteurs, situés près du centre de file, soit atteinte. On tient compte de cet effet en réduisant la résistance au cisaillement de tous les connecteurs à l’aide de l’équation (7.1).

Dans la mesure du possible, les assemblages doivent être conçus de manière à transmettre les forces sans excentricité pour réduire au minimum les efforts secondaires. Pour un assemblage à double recouvrement comme celui de la figure 7.14, il n’y a pas d’excentricité à cause de la symétrie. Par contre, pour l’assemblage à simple recouvrement de la figure 7.11b, les forces non concourantes produisent des effets secondaires qu’il faut prendre en compte dans les calculs (voir la sous-section 7.5.2).

### Diapositive 74 :

Dans l’analyse élastique classique, le groupe de connecteurs montré sur la figure 7.16 (voir acétate 73) est soumis à un effort pondéré Pf, excentré par rapport au centre de gravité du groupe et incliné d’un angle θ par rapport à l’axe vertical du groupe de connecteurs (axe y). L’effort Pf comprend donc une composante verticale $P\_{v}=P\_{f}cosθ$ , et une composante horizontale $P\_{h}=P\_{f}sinθ$. En général, l’angle $θ$ est faible, de sorte que la composante verticale est nettement dominante. Le groupe de connecteurs est soumis à un effort tranchant concentrique Pf et à un couple de torsion donné par :

$M\_{f}=P\_{f}\left(L cosθ+H sinθ\right)= P\_{v}L+P\_{h}H$ (7.34)

Les hypothèses du calcul élastique sont les suivantes :

* l’effort tranchant concentrique est réparti uniformément sur tous les connecteurs. Autrement dit, tous les connecteurs subissent le même effort de cisaillement dû aux composantes Pv et Ph (figure 7.16);
* le centre de rotation de l’assemblage est confondu avec le centre de gravité du groupe de connecteurs;
* le couple de torsion (Mf) produit dans un connecteur quelconque un effort de cisaillement proportionnel à la distance de ce connecteur au centre de gravité du groupe et perpendiculaire au rayon vecteur reliant le connecteur au centre de gravité;
* l’effort de cisaillement résultant sur chaque connecteur est obtenu par addition vectorielle des efforts de cisaillement dus aux composantes Pv et Ph et au couple de torsion;
* la résistance pondérée de l’assemblage est atteinte lorsque l’effort de cisaillement dans le connecteur le plus sollicité (i.e. le plus éloigné du centre de gravité) atteint la valeur de la résistance pondérée en cisaillement de ce connecteur (Vr), donnée par l’équation (7.12) ou (7.13).

### Diapositive 75 :

L’équation (7.35) résulte de ces hypothèses. Elle donne l’effort de cisaillement dans le (ou les) boulon (s) le (s) plus sollicité (s).

$V\_{f}=\sqrt{\left(\frac{P\_{v}}{n}+\frac{M\_{f}x\_{m}}{I\_{o}}\right)^{2}+\left(\frac{P\_{h}}{n}+\frac{M\_{f}y\_{m}}{I\_{o}}\right)^{2}}\leq V\_{r}$ (7.35)

Dans cette équation, on utilise la notation suivante :

$x\_{m}$ : abscisse du connecteur le plus éloigné du centre de gravité;

$y\_{m}$ : ordonnée du connecteur le plus éloigné du centre de gravité;

$r\_{i}$: distance d’un connecteur quelconque au centre de gravité du groupe de connecteurs;

$I\_{o}$ : constante géométrique de l’assemblage.

$$I\_{o}=\sum\_{i=1}^{n}r\_{i}^{2}=\sum\_{i=1}^{n}\left(x\_{i}^{2}+y\_{i}^{2}\right)$$

La constante $I\_{o}$ est obtenue de la troisième hypothèse. Le produit de cette constante par l’aire d’un connecteur ($A\_{b}$) donne le moment d’inertie polaire ($I\_{p}$) du groupe de boulons. Avec la notation définie sur la figure 7.16, on peut démontrer que le paramètre $I\_{o}$ est égal à :

$I\_{o}=\frac{n}{12}\left[\left(n\_{y}^{2}-1\right)g^{2}+\left(n\_{x}^{2}-1\right)s^{2}\right]$ (7.37)

Cette équation n’est valide que si les distances entre les files de connecteurs parallèles à l’axe y sont constantes et égales à *g*, et si les distances entre les files parallèles à l’axe x sont constantes et égales à *s*, c’est-à-dire le cas usuel.

Compte tenu des restrictions géométriques présentes dans tous les assemblages, l’arrangement des boulons est soit partiellement, soit complètement connu, c’est-à-dire qu’on connaît le nombre de files verticales de connecteurs ($n\_{y}$), ou le nombre de files horizontales ($n\_{x}$), ou les deux. Dans ce dernier cas, le nombre de connecteurs est connu puisque $n= n\_{x}n\_{y}$. Il suffit alors de calculer $V\_{f}$ avec l’équation (7.35) et de choisir un diamètre de connecteur dans le tableau 7.4, tel que $V\_{r}\geq V\_{f}$.

Si l’arrangement des connecteurs n’est que partiellement connu ($n\_{x}$ ou $n\_{y}$), il faut supposer une valeur pour le paramètre $n$, calculer la valeur de $V\_{f}$ avec l’équation (7.35) et comparer cette valeur à celles de $V\_{r}$ du tableau 7.4 pour les diamètres de connecteurs les plus courants. Si la valeur de $V\_{f}$ est trop petite ou trop grande, comparée à celle de $V\_{r}$, il faut réduire ou augmenter le nombre de connecteurs.

### Diapositive 76 :

Le nombre minimum de connecteurs peut être obtenu en supposant un assemblage concentrique et en choisissant le diamètre des connecteurs. On a donc :

$n\_{min}=\frac{P\_{f}}{V\_{r}}$ (7.38)

Tel que mentionné précédemment, le nombre total de connecteurs dépend de l’importance de l’excentricité par rapport aux dimensions de l’assemblage. Cette importance est mesurée par le rapport ${e}/{r\_{m}}$ . On a tracé, sur la figure 7.17 (voir acétate) une courbe donnant le pourcentage de réduction de la capacité d’un assemblage en fonction du rapport ${e}/{r\_{m}}$. Cette réduction est relative à la capacité d’un assemblage concentrique.

Si on dénote par $P\_{r}$ le pourcentage de réduction, le nombre approximatif de connecteurs dans un assemblage excentrique en cisaillement est donné par :

$n≈\frac{100n\_{min}}{\left(100-p\_{r}\right)}=\frac{100P\_{f}}{\left(100-p\_{r}\right)V\_{r}}$ (7.39)

La courbe de la figure 7.17 a été obtenue à partir d’analyses à l’état limite ultime de plusieurs arrangements symétriques de boulons pour des assemblages de charpentes d’acier. Elle est approximative et ne peut être utilisée que si l’arrangement de boulons est connu, ce qui permet de calculer $r\_{m}$.

### Diapositive 78 :

**7.7.2 Analyse élastique**

La sous-évaluation de la capacité de l’assemblage qui résulte de l’analyse élastique classique est surtout due à la deuxième hypothèse, à savoir que le centre de rotation de l’assemblage est confondu avec le centre de gravité du groupe de connecteurs. Avec cette hypothèse, il est impossible d’obtenir la compatibilité entre les déformations en cisaillement des connecteurs et les forces dans les connecteurs résultant de ces déformations.

En fait, l’hypothèse fondamentale d’un comportement élastique est fausse, car le comportement de l’assemblage est essentiellement non linéaire et inélastique. D’abord, la relation effort-déformation d’un connecteur travaillant en cisaillement n’est pas linéaire et ne montre pas de limite élastique bien définie. De plus, la plastification autour des connecteurs dans les pièces assemblées, due à la pression diamétrale, rend le comportement de l’assemblage inélastique dès le début du chargement.

À la suite des résultats d’essais, on a déterminé que la ruine d’un assemblage excentrique en cisaillement survenait lorsque la déformation du connecteur le plus éloigné du centre de rotation effectif était égale à la déformation ultime du connecteur en cisaillement. Le centre de rotation effectif est le point autour duquel l’assemblage subit une rotation pure. Cette rotation, multipliée par la distance entre le centre de rotation effectif et un point quelconque de l’assemblage, donne le déplacement de ce point.

Le centre de rotation dépend de l’arrangement du groupe de connecteur. Il est situé sur une droite perpendiculaire à la ligne d’action de la charge passant par le centre de gravité des connecteurs (figure 7.18, voir acétate). Par rapport au centre de gravité des connecteurs, il est situé du côté opposé à celui de la charge appliquée. Dans le cas de la torsion pure, il est confondu avec le centre de gravité des connecteurs, et c’est le seul cas où la deuxième hypothèse de l’analyse élastique classique est valide. Dans le cas d’effort tranchant pur ($e = 0$), le centre de rotation effectif est à l’infini. Donc, plus l’excentricité est grande par rapport aux dimensions du groupe de connecteurs, plus le centre de rotation se rapproche du centre de gravité du groupe de connecteurs.

La position du centre de rotation effectif (c), établie par rapport au centre de gravité du groupe de connecteurs, est obtenue par un calcul itératif assez laborieux, basé sur une analyse à l’état limite ultime. Une estimation raisonnable de la valeur de c peut être obtenue d’une analyse élastique, d’où le nom donné à la méthode d’analyse.

### Diapositive 79 :

Il peut être démontré que l’effort de cisaillement maximal pondéré appliqué à un connecteur, sur la base de ces hypothèses, est égal à :

$$V\_{fm}=\frac{P\_{f}(e+c)d\_{m}}{(I\_{o}+n c^{2})}$$

Si on remplace $I\_{o}$ dans cette équation par la valeur que lui donne l’équation (7.40) ($I\_{o}=c n e$), on obtient l’équation suivante :

$V\_{fm}=\frac{P\_{f}d\_{m}}{n c}$ (7.41)

Tous les paramètres de cette équation sont définis sur la figure 7.18 (voir acétate 78).

Il suffit de s’assurer que l’effort de cisaillement maximal ($V\_{fm}$) n’excède pas la valeur appropriée de $V\_{r}$ donnée par les équaitons (7.12) et (7.13).

Lorsque l’assemblage est sollicité par un couple ($M\_{f}$), la rotation de l’assemblage se fait par rapport au centre de gravité du groupe de connecteurs et l’effort de cisaillement maximal pondéré appliqué à un connecteur peut être évalué à l’aide de l’équation suivante:

$V\_{fm}=\frac{M\_{f}d\_{m}}{I\_{o}}$ (7.42)

### Diapositive 83 :

**7.7.4 Assemblages antiglissement**

Lorsque des boulons à serrage contrôlé sont utilisés dans un assemblage excentrique en cisaillement, il est possible d’utiliser une méthode d’analyse qui s’apparente à celle qui a été présentée à la sous-section précédente pour satisfaire l’état limite de glissement.

La courbe charge-déformation d’un assemblage excentrique en cisaillement comprend une portion initiale linéaire qui correspond à la résistance par frottement de l’assemblage (Figure 7.19[[18]](#footnote-18)). Cette phase se termine théoriquement par un glissement, mais les essais expérimentaux montrent que ce n’est pas toujours le cas. Plus le nombre de boulons est grand, plus les chances d’avoir des boulons en contact, dès le début du chargement, sont grandes. Dans ce cas, on n’observe pas de glissement.

Pour un assemblage excentrique en cisaillement, il est possible de faire une analyse à l’état limite de glissement (état limite d’utilisation). Comme le glissement est un phénomène global, on admet que l’assemblage glisse quand la résistance au glissement générée par le serrage de tous les boulons est atteint. En effet, il est impossible qu’un assemblage glisse dans une certaine zone sans qu’il y ait un mouvement d’ensemble de l’assemble. Donc, au moment du glissement, l’effort dans chaque boulon est égal à Vs donné par l’équation (7.17).

Les hypothèses de l’analyse à l’état limite de glissement sont les suivantes (figure 7.18, voir acétate 81) :

* le centre de rotation du groupe de boulon est distinct du centre de gravité et il est indéterminé a priori;
* l’effort de cisaillement sur un boulon quelconque est perpendiculaire au rayon vecteur reliant le centre de rotation à ce boulon;
* la résistance au glissement de l’assemblage (Ps) est atteinte lorsque chaque boulon atteint la valeur de la résistance au glissement (Vs) produite par le serrage contrôlé.

Pour satisfaire la première hypothèse, il est possible de considérer que le centre de rotation effectif est le même que celui qui est calculé à l’état limite ultime, comme c’est le cas pour le calcul des assemblages en acier. Par conséquent, on peut utiliser l’équation (7.40[[19]](#footnote-19)) et éviter de devoir itérer pour évaluer la position du centre de rotation effectif (deuxième hypothèse de la méthode d’analyse à l’état limite ultime).

La troisième hypothèse est équivalente à la première de la sous-section 7.7.3, à la différence que la résistance au glissement (Vs) remplace la résistance pondérée en cisaillement (Vr). De plus, dans les assemblages antiglissement, l’hypothèse que les boulons atteignent la résistance au glissement de façon simultanée reflète davantage la réalité que l’hypothèse que les boulons atteignent simultanément leur résistance ultime en cisaillement.

# Assemblages concentriques en traction

### Diapositive 86 :

**7.8 Assemblages concentriques en traction**

**7.8.1 Choix des connecteurs**

Pour les charpentes d’acier soumises à des sollicitations de nature statique ou dynamique, il est nécessaire d’utiliser des boulons en acier à haute résistance à serrage contrôlé dans les assemblages concentriques ou excentriques en traction. Les assemblages à serrage contrôlé offrent une résistance améliorée à la fatigue et sont, par conséquent, tout à fait adaptés à la situation lorsque la charge axiale varie.

Il est donc préférable d’utiliser des boulons traités en acier à haute résistance (zingués ou cadmiés) ou des boulons en acier galvanisé à serrage contrôlé dans les assemblages en aluminium sollicités en traction. L’utilisation des boulons en aluminium n’est toutefois pas exclue de façon explicite, mais leur usage devrait être limité aux assemblages sollicités de façon statique.

En Europe, on reconnaît une certaine catégorie d’assemblages en aluminium pour laquelle tous les types de boulons (voir la sous-section 7.3.1) peuvent être utilisés sans serrage contrôlé pour résister aux charges de traction lorsque les charges appliquées sont de nature statique. Les boulons à serrage non contrôlé ne peuvent pas être utilisés dans les assemblages sollicités par des charges axiales variables, mais ils peuvent être utilisés dans les assemblages calculés pour résister à des charges normales de vent.

On rappelle que les charges externes ne peuvent pas décomprimer l’assemblage si la force de serrage des boulons atteint la valeur minimale recommandée (sous-section 7.4.1) et si on tient compte de l’effet de levier (voir plus bas). Les charges externes produisent donc une force de traction apparente dans les boulons. Les traitements de surface ne sont requis que dans les assemblages sollicités en traction et en cisaillement (figure 7.2d, e et f).

Il convient de rappeler que les rivets ne peuvent être utilisés dans les assemblages sollicités en traction puisqu’ils n’offrent aucune résistance valable en traction.

### Diapositive 88 :

**7.8.2 Définition de l’effet de levier**

Lorsqu’un groupe de connecteurs travaille en cisaillement (assemblages concentriques ou excentriques en cisaillement), les forces sont transmises aux boulons dans le plan des parois reliées par les boulons.

Une paroi sollicitée dans son plan est plus rigide qu’une paroi sollicitée perpendiculairement à son plan ou hors de son plan. Dans les assemblages concentriques ou excentriques en traction, les boulons travaillent à l’arrachement des têtes et les forces transmises aux boulons agissent dans un plan généralement perpendiculaire aux parois reliées par les boulons (voir les figures 7.2c à f, acétate 10).

Une paroi en aluminium sollicitée hors de son plan est plus ou moins déformable selon son épaisseur. La déformation hors plan de la paroi peut faire augmenter de façon significative l’effort de traction transmis aux boulons, dans les assemblages concentriques ou excentriques en traction. Pour un assemblage comme celui qui est montré sur la figure 7.20 (voir acétate), la charge externe provoque la flexion de l’aile du profilé en T. Dans la partie centrale, entre les boulons, l’aile se sépare de la pièce à laquelle elle est assemblée et, à l’extérieur des boulons, les bords de l’aile du profilé en T butent contre cette dernière. Il se crée ainsi des réactions qui doivent être reprises par les boulons. Ces réactions sont appelées effets de levier.

La méthode générale de calcul d’un assemblage où il y a effet de levier comprend les trois étapes suivantes :

* calcul de l’épaisseur de la paroi sollicitée hors de son plan;
* calcul de l’effet de levier;
* calcul du nombre de boulons avec prise en compte de l’effet de levier.

**Figure 7.20 – Effet de levier**

### Diapositive 89 :

L’importance de l’effet de levier dépend pour beaucoup de la rigidité relative des éléments et de la géométrie des assemblages. Quelques exemples sont présentés sur la figure 7.21 (voir acétate). L’effet peut être négligeable parce que les plaques boulonnées sont épaisses et que les boulons sont de résistance moyenne. Les plaques ont alors tendance à se séparer sans fléchir. L’effet peut aussi être négligeable pour la raison inverse, c’est-à-dire que les plaques sont minces et les boulons sont résistants. Les plaques se déforment alors comme il est montré sur la figure 7.20 (voir acétate 88), mais sans causer d’effet significatif en raison de leur grande flexibilité. *Les plaques boulonnées d’épaisseur moyenne sont les plus susceptibles d’induire des efforts de traction supplémentaires dans les boulons à cause de l’effet de levier*.

### Diapositive 91 et 92 :

**7.8.3 Effet de levier dans les assemblages en acier**

En Amérique du Nord, la méthode la plus utilisée pour le calcul des assemblages d’acier en traction, est probablement celle qui est décrite dans la référence (7.9). Il suffirait qu’elle soit adaptée aux assemblages en aluminium. C’est-ce qu’une équipe de chercheurs a tenté de réaliser, mais pour la méthode de calcul européenne.

On présentera d’abord la méthode de la référence (7.9) et on verra, dans la section suivante, comment elle pourrait être modifiée pour tenir compte des particularités de l’aluminium.

Le modèle qui est montré sur la figure 7.20 est utilisé pour l’analyse. On doit noter que 2Ff représente l’effort externe appliqué à deux boulons, et Tf, l’effort de traction dans un boulon incluant l’effet de levier. La méthode d’analyse est basée sur les hypothèses suivantes, validées par les études expérimentales rapportées dans la référence (7.9), et illustrées sur la figure 7.22 (voir acétate 91) :

* il n’y a que deux files de boulons, parallèles au plan de chargement. S’il y a quatre files de boulons, l’effet de levier calculé ne s’applique qu’aux files intérieures;
* la réaction due à l’effet de levier est concentrée aux bords de l’aile. Cette hypothèse est valide à l’état limite ultime si la distance $a$ est inférieure ou égale à $1.25b$. (Note : dans les calculs, on utilise $a = 1.25b$ si la valeur réelle de $a$ dépasse $1.25b$);
* compte tenu de la distribution de la pression sous la tête du boulon (figure 4.20[[20]](#footnote-20)), le point d’application de l’effort de traction Tf, sur la plaque, est situé vis-à-vis la face de la tige du boulon, du côté intérieur (section j – j) sur la figure 4.22;
* Il y a un point d’inflexion dans la déformée de l’aile du profilé en T, entre la face de l’âme et le point d’application de l’effort Tf.

Le moment de flexion maximal dans l’aile se produit à la face de l’âme et il est dénoté Mf. Le moment fléchissant à la section j – j est égal à $αδM\_{f}$ où le produit $αδ$ dépend de la flexibilité de l’aile.

Le paramètre $δ$ est égal au rapport de l’aire nette de la section fléchie vis-à-vis une file de boulons, sur l’aire de la section à la face de l’âme, en négligeant le congé de raccordement de l’aile à l’âme. On a donc :

$δ=\frac{\left(s-d\_{o}\right)t}{s t}=\frac{\left(s-d\_{o}\right)}{s }$ (7.48)

Le diamètre des trous (do) est donné par les équations (4.1) et (4.2). Si le diamètre du boulon est inconnu à cette étape-ci, on considère $d\_{o} = d + 1,5 mm$.

**Figure 7.22 – Étude de l’effet de levier : hypothèses et notation**

Le paramètre $α$ dépend directement de l’effet de levier, soit du rapport ${Q}/{F\_{f}}$, c’est-à-dire de la flexibilité de l’aile. Quand $α$ = 0, l’effet de levier est nul, ce qui signifie que l’aile est suffisamment épaisse pour que le point d’inflexion soit à la section j – j. Quand $α$ = 1,0 on a l’effet de levier maximal, ce qui signifie que l’épaisseur de l’aile est telle que le point d’inflexion est à sa distance maximale de la section j – j.

Considérant le corps libre montré sur la figure 7.22, la somme des moments de flexion par rapport à la section j – j donne :

$M\_{f}-F\_{f}b^{'}+Qa^{'}=0$ (7.49)

Considérant l’équilibre de la portion de l’aile comprise entre le bord et la section j – j, on obtient :

$Q a^{'}=α δM\_{f}$ (7.50)

Si on reporte l’équation (7.50) dans (7.49), on obtient :

$M\_{f}=\frac{F\_{f}b^{'}}{(1+α δ)}$ (7.51)

La section fléchie de l’aile est une section rectangulaire de dimensions *t* et *s*. Tel que démontré sur la figure 6.5a[[21]](#footnote-21), le module de section plastique (Z) d’une section rectangulaire ayant ces dimensions est égal à ${s t^{2}}/{4}$. La résistance pondérér en flexion (Mr) est égale au moment fléchissant qui produit la plastification totale de la section ($M\_{p}=Z F\_{y}$), considérant un comportement élasto-plastifique parfait (acier), multiplié par le coefficient de tenue $ϕ\_{y}$ égal à 0,9. On a donc :

$M\_{r}=ϕ\_{y}\frac{ s t^{2}}{4}F\_{y}\geq M\_{f}$ (7.52)

C’est à cette étape-ci que la méthode pourrait être adaptée aux assemblages en aluminium, comme on le verra plus loin.

Les deux dernières équations donnent :

$t\geq \sqrt{\frac{4F\_{f}b^{'}}{ϕ\_{y} s F\_{y} (1+α δ)}}$ (7.53)

Quand $α$ = 1,0, on obtient l’épaisseur minimale de l’aile, tel qu’expliqué précédemment.

$t\_{min}\geq \sqrt{\frac{4F\_{f}b^{'}}{ϕ\_{y} s F\_{y} (1+δ)}}$ (7.54)

Pour utiliser cette équation, il faut connaître $b’$, $δ$ et $s$. La valeur du paramètre b, montré sur la figure 7.22, se situe entre une fois et demie et deux fois le diamètre du boulon ($1.5d\leq b\leq 2.5d$), ce qui donne pour le paramètre $b’$ : $d\leq b'\leq 2d$. La valeur du paramètre $δ$ est généralement comprise entre 0,75 et 0,85. Quant au paramètre s, sa valeur minimale est 2,5d, mais ce sont généralement des considération d’ordre géométrique qui fixent sa valeur (valeur courante pour l’aluminium : $s = 50 mm$). On note, dans l’équation (7.54), que l’épaisseur minimale est directement proportionnelle à $b’$ et inversement proportionnelle à $s$. On a donc intérêt à avoir une valeur minimale de $b’$ et une valeur maximale de $s$, mais comme l’indique la figure 7.22, $b’$ dépend également de considérations d’ordre géométrique.

### Diapositive 93 et 94 :

Les deux dernières équations donnent :

$t\geq \sqrt{\frac{4F\_{f}b^{'}}{ϕ\_{y} s F\_{y} (1+α δ)}}$ (7.53)

Quand $α$ = 1,0, on obtient l’épaisseur minimale de l’aile, tel qu’expliqué précédemment.

$t\_{min}\geq \sqrt{\frac{4F\_{f}b^{'}}{ϕ\_{y} s F\_{y} (1+δ)}}$ (7.54)

Pour utiliser cette équation, il faut connaître $b’$, $δ$ et $s$. La valeur du paramètre b, montré sur la figure 7.22 (voir acétate 92), se situe entre une fois et demie et deux fois le diamètre du boulon ($1.5d\leq b\leq 2.5d$), ce qui donne pour le paramètre $b’$ : $d\leq b'\leq 2d$. La valeur du paramètre $δ$ est généralement comprise entre 0,75 et 0,85. Quant au paramètre s, sa valeur minimale est 2,5d, mais ce sont généralement des considération d’ordre géométrique qui fixent sa valeur (valeur courante pour l’aluminium : $s = 50 mm$). On note, dans l’équation (7.54), que l’épaisseur minimale est directement proportionnelle à $b’$ et inversement proportionnelle à $s$. On a donc intérêt à avoir une valeur minimale de $b’$ et une valeur maximale de $s$, mais comme l’indique la figure 7.22, $b’$ dépend également de considérations d’ordre géométrique.

Quand $α$ = 0,0 on obtient l’épaisseur maximale et l’effet de levier est nul.

$t\_{max}=\sqrt{\frac{4F\_{f}b^{'}}{ϕ\_{y} s F\_{y}}}$ (7.55)

L’équation (7.55) donne généralement des épaisseurs trop grandes pour être acceptables du point de vue pratique, à moins que l’assemblage soit soumis à des chargements cycliques fréquents, dans ce cas, il est recommandé d’éliminer l’effet de levier et de choisir une épaisseur au moins égale à la valeur obtenue de l’équation (7.55).

En général, cependant, le concepteur choisit un profilé en T ayant une épaisseur d’aile supérieure à la valeur minimale obtenue de (7.54). Dénotant, par tr, l’épaisseur réelle de l’aile de la section choisie, l’équation (7.53) permet alors de calculer la valeur de $α$.

$α=\frac{1}{δ}\left[\frac{4F\_{f}b^{'}}{Φ\_{y}st\_{r}^{2}F\_{y}}-1\right]$ (7.56)

On note que si $t\_{r}=t\_{max}$ donné par l’équation (7.55), la valeur de $α$ est nulle, de même que l’effet de levier, comme l’indique l’équation (7.57) qui suit. On note également que si on remplace la valeur de $α$ dans l’équation (7.53) par celle qui est donné par l’équation (7.56), on obtient $t = t\_{r}$. Donc, lorsque l’épaisseur a été choisie telle que $t\_{r}>t\_{min}$, il est inutile de vérifier l’équation (7.53).

En combinant les équations (7.50) et (7.51), on peut calculer l’effet de levier.

$Q=F\_{f}\left(\frac{αδ}{1+αδ}\right)\left(\frac{b^{'}}{a^{'}}\right)$ (7.57)

La méthode de calcul de l’effet de levier comprend les étapes suivantes :

* calcul de tmin avec l’équation (7.54) en supposant $b’ = 1,5d$ et $s = 50 mm$, à moins que des considérations de géométrie imposent une valeur à $s$; la valeur de $δ$ est obtenue de l’équation (7.48);
* choix d’une épaisseur telle que $t\_{r}>t\_{min}$;
* calcul des paramètres géométriques $s$, $b’$ et $a’$ selon le diamètre et l’arrangement des boulons et compte tenu du profilé choisi à l’étape précédente;
* calcul de $α$ avec l’équation (7.56);
* calcul de l’effet de levier avec l’équation (7.57) et calcul de $T\_{f} = F\_{f} + Q$;
* vérification de $T\_{r}\geq T\_{f}$; si cette relation est satisfaite, le diamètre du boulon est suffisant, sinon il faut l’augmenter.

# Assemblages concentriques en traction et en cisaillement

### Diapositive 103 :

**7.9.2 Assemblages antiglissement**

L’effort normal de traction réduit l’état de précontrainte dans l’assemblage et, en conséquence, la résistance au glissement. Si un assemblage concentrique en traction et en cisaillement doit être antiglissement (cas particulier), le nombre de boulons requis par l’état limite de glissement peut être largement supérieur à celui qui est requis par l’état limite ultime.

Soit V et T, l’effort tranchant et l’effort normal sollicitant un boulon en service, et Ps la charge de service ou charge d’utilisation totale sollicitant l’assemblage. On a donc :

$V=\frac{P\_{s} \sin(θ)}{n}$ (7.68)

$T=\frac{P\_{s}\cos(θ)}{n}$ (7.69)

Si on introduit ces deux équations dans l’équation (7.24), on obtient une équation pour calculer le nombre de boulons requis par l’état limite de glissement.

$n\geq \frac{P\_{s}\sin(θ)}{V\_{s}}+\frac{1,9P\_{s}\cos(θ)}{A\_{b}F\_{ub}}$ (7.70)

Le calcul d’un assemblage concentrique en traction et en cisaillement est présenté à la sous-section 7.13.4.

1. Les Presses de l’Aluminium PRAL, *Calcul de charpentes d’aluminium*, Denis Beaulieu, p 600 [↑](#footnote-ref-1)
2. Les Presses de l’Aluminium PRAL, *Calcul des charpentes d’aluminium*, Denis Beaulieu, p 489 [↑](#footnote-ref-2)
3. Les Presses de l’Aluminium PRAL, *Calcul des charpentes d’aluminium*, Denis Beaulieu, p 324 [↑](#footnote-ref-3)
4. Les Presses de l’Aluminium PRAL, *Calcul des charpentes d’aluminium*, Denis Beaulieu, p 310 [↑](#footnote-ref-4)
5. Les Presses de l’Aluminium PRAL, *Calcul des charpentes d’aluminium*, Denis Beaulieu, p 119 [↑](#footnote-ref-5)
6. Les Presses de l’Aluminium PRAL, *Calcul des charpentes d’aluminium*, Denis Beaulieu, p 75 [↑](#footnote-ref-6)
7. Les Presses de l’Aluminium PRAL, *Calcul des charpentes d’aluminium*, Denis Beaulieu, p 242 [↑](#footnote-ref-7)
8. Les Presses de l’Aluminium PRAL, *Calcul des charpentes d’aluminium*, Denis Beaulieu, p 60 [↑](#footnote-ref-8)
9. Les Presses de l’Aluminium PRAL, *Calcul des charpentes d’aluminium*, Denis Beaulieu, p 119 [↑](#footnote-ref-9)
10. Les Presses de l’Aluminium PRAL, *Calcul des charpentes d’aluminium*, Denis Beaulieu, p 600 [↑](#footnote-ref-10)
11. Les Presses de l’Aluminium PRAL, *Calcul des charpentes d’aluminium*, Denis Beaulieu, p 600 [↑](#footnote-ref-11)
12. Les Presses de l’Aluminium PRAL, *Calcul des charpentes d’aluminium*, Denis Beaulieu, p 76 [↑](#footnote-ref-12)
13. Les Presses de l’Aluminium PRAL, *Calcul des charpentes d’aluminium*, Denis Beaulieu, p 600 [↑](#footnote-ref-13)
14. Les Presses de l’Aluminium PRAL, *Calcul des charpentes d’aluminium*, Denis Beaulieu, p 574 [↑](#footnote-ref-14)
15. Les Presses de l’Aluminium PRAL, *Calcul des charpentes d’aluminium*, Denis Beaulieu, p 509 [↑](#footnote-ref-15)
16. Les Presses de l’Aluminium PRAL, *Calcul des charpentes d’aluminium*, Denis Beaulieu, p 247 [↑](#footnote-ref-16)
17. Les Presses de l’Aluminium PRAL, *Calcul des charpentes d’aluminium*, Denis Beaulieu, p 162 [↑](#footnote-ref-17)
18. Les Presses de l’Aluminium PRAL, *Calcul des charpentes d’aluminium*, Denis Beaulieu, p 545 [↑](#footnote-ref-18)
19. Les Presses de l’Aluminium PRAL, *Calcul des charpentes d’aluminium*, Denis Beaulieu, p 541 [↑](#footnote-ref-19)
20. Les Presses de l’Aluminium PRAL, *Calcul des charpentes d’aluminium*, Denis Beaulieu, p 269 [↑](#footnote-ref-20)
21. Les Presses de l’Aluminium PRAL, *Calcul des charpentes d’aluminium*, Denis Beaulieu, p 394 [↑](#footnote-ref-21)