Exemple de calcul d’une membrane de compression

Mario Fafard, ing., Ph.D., FCSCE

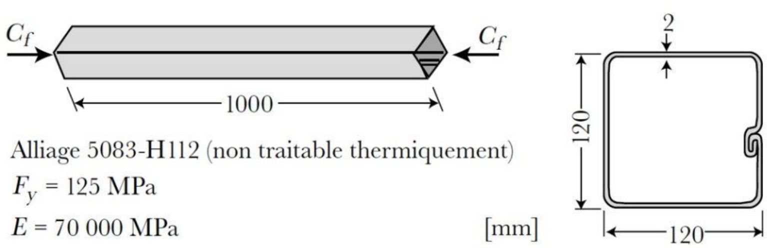
25 septembre 2019

EXEMPLE DE CALCUL D'UNE MEMBRANE EN COMPRESSION

Extrait du webinaire | Conception avec l'aluminium selon la norme CSA S157-17 présenté le 16 mai 2019 par Mario Fafard

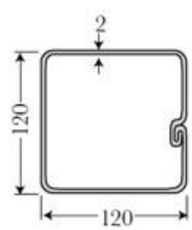
Résistance d'un profilé tubulaire, page 371 *[Beaulieu, 2003]*

- Calculer la résistance pondérée en compression d'un petit tube carré, constitué d'une feuille d'aluminium pliée et fermée à l'aide d'un joint à loquet, tel que montré sur la figure ci-dessous. Les dimensions du tube sont indiquées sur la figure. Considérer que les appuis sont articulés aux extrémités (K=1) et que des mesures sont prises pour empêcher le déplacement relatif des parois du loquet dans le sens longitudinal lorsque la pièce est sollicitée en torsion. Alliage 5083-H112 avec Fy= 125 MPa.



(a) b) *Section du tube*

- Calcul de l'aire A= 4(120 – 2) = 944 mm²
- Inertie: $\frac{120\times120^3}{12} - \frac{(120-4)\times(120-4)^3}{12} = 2{,}191 \times 10^6\ mm^4$
- Rayon de giration $r = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{2{,}191\times10^6}{944}} = 48{,}18\ mm$
- $C_r = \phi_y A_g \bar{F} F_o$
  - *Il faut trouver les valeurs de:*
    - ϕ_y=0,9;
    - A_g = A (pas de trous), $\bar{F}$, F_o;
    - *États limites ultimes: plasticité, voilement local, flambement global.*

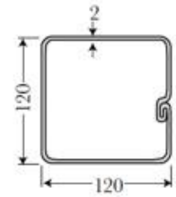


b) *Section du tube*

Un logiciel pour le calcul des propriétés de section peut être utilisé.

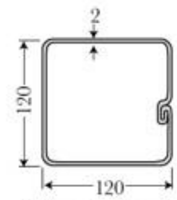
- *§ 10.2.1 Flambage en flexion*
- $\lambda = \frac{KL}{r}$ K=1 rotulés; L : Longueur entre les supports
- $\lambda = \frac{1{,}0 \times 1000}{48{,}18} = 20{,}76$
- *Calcule de $\bar{F}$ pour flambement global*
  - $\bar{F} = \beta - \sqrt{\beta^2 - \frac{1}{\bar{\lambda}^2}}$
  - $\beta = \frac{\left[1+\alpha(\bar{\lambda}-\bar{\lambda}_0)+\bar{\lambda}^2\right]}{2\bar{\lambda}^2}$ *$\bar{\lambda}_0$=0,3 (membrure)*
- $\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\pi}\sqrt{\frac{F_o}{E}} = \frac{20{,}76}{\pi}\sqrt{\frac{83}{70000}} = 0{,}23 < \bar{\lambda}_0 = 0{,}30 \quad \rightarrow \bar{F} = 1$

Provient du voilement local



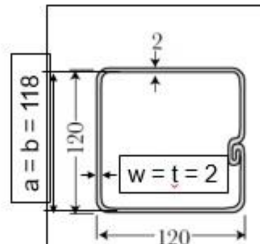
b) Section du tube

- *§ 10.1.3 Contrainte de voilement*
- $F_o = \sqrt{\bar{F}}\, F_y \qquad \bar{F} = \beta - \sqrt{\beta^2 - \frac{1}{\bar{\lambda}^2}}$
- $\beta = \frac{\left[1+\alpha(\bar{\lambda}-\bar{\lambda}_0)+\bar{\lambda}^2\right]}{2\bar{\lambda}^2} = \frac{\left[1+0{,}4(1{,}31-0{,}5)+1{,}31^2\right]}{2 \times 1{,}31^2} = 0{,}89$
- $\alpha = 0{,}2\ (TT) ou\ 0{,}4\ sans\ TT)$ *$\bar{\lambda}_0$=0,3 (membrure) ou 0,5(parois)*
- $\bar{F} = \beta - \sqrt{\beta^2 - \frac{1}{\bar{\lambda}^2}} = 0{,}89 - \sqrt{0{,}89^2 - \frac{1}{1{,}31^2}} = 0{,}44$
- $\boldsymbol{F_o = \sqrt{\bar{F}}\, F_y = \sqrt{0{,}44} \times 125 = 83\ MPa}$



b) Section du tube

- *§ 7.5.2.2 Éléments en compression pure ou uniforme $b/t \geq a/w$*
- $m = 1{,}25 + 0{,}4\frac{a/w}{b/t} = 1{,}25 + 0{,}4\frac{(120-2)/2}{(120-2)/2} = 1{,}25 + 0{,}4 = 1{,}65 \leq 1{,}65$
- $m = 1{,}65$
- $\lambda = \frac{mb}{t} = \frac{1{,}65(120-2)}{2} = 97{,}35$
- *§ 10.1.2 Élancement normalisé*
- $\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\pi}\sqrt{\frac{F_y}{E}}$
- $\bar{\lambda} = \frac{97{,}35}{\pi}\sqrt{\frac{125}{70000}} = 1{,}31$

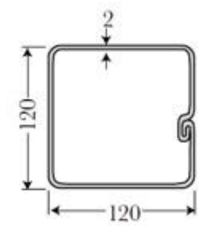


b) Section du tube

- § 7.5.2.2 Élément de largeur b, soumis à une contrainte de compression essentiellement uniforme, raccordé par ses deux rives à d'autres éléments de largeur qui sont également supportés par leurs rives, l'élancement:

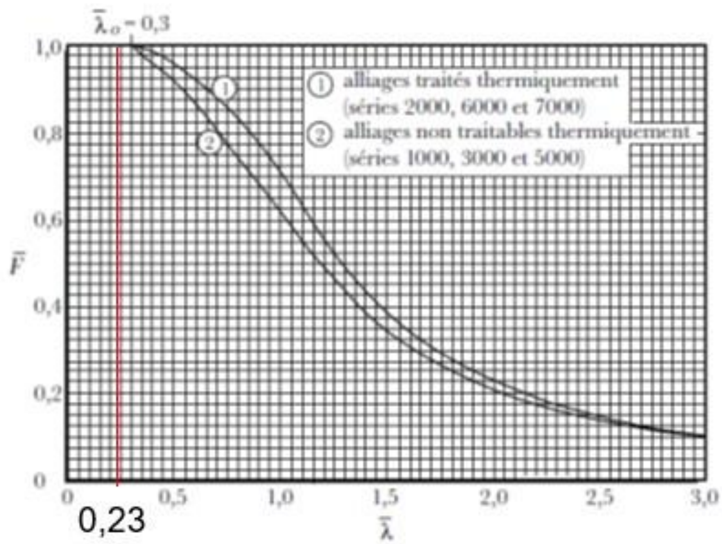
  - Élément dans un poteau
    - si $b/t > a/w$ $\qquad m = 1{,}25 + 0{,}4\frac{a/w}{b/t} \leq 1{,}65$

- *Voilement local*
  - § 7.4.3: calcul de $\bar{F}$:chaque paroi est retenue sur les 2 côtés
  - $\lambda = \frac{mb}{t} = \frac{m(120-2)}{2}$
- § *10.1.1 (S157-17)*



b) Section du tube

  - $F_0 = F_m = \sqrt{\bar{F}}F_y$ lorsque le flambement local se produit dans un élément supporté sur deux bords longitudinaux



(alliages non soudés)

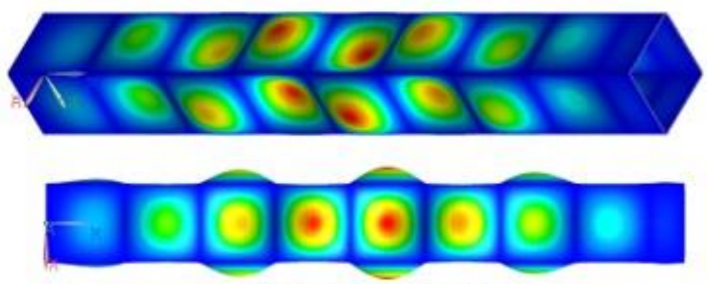
(et alliages traités thermiquement soudés)

[D. Beaulieu, 2003]

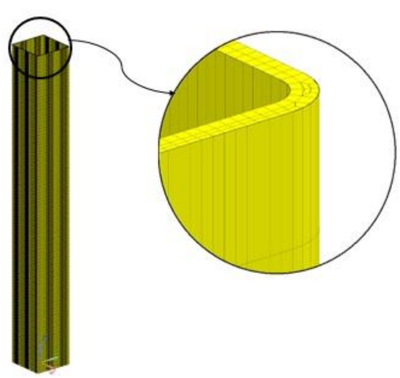
- *Résistance de la pièce*
  - Cr=ϕy Ag $\bar{F}$ Fo
  - Cr=0,9 ×944×1,0×83= 70517 N= 70,5 kN
  - Cr= 70,5 kN
- Si la résistance plastique avait gouverné (pas de voilement):
  - Cr=0,9 ×944×125= 106200 N = 106 kN
- C'est le voilement qui contrôle !

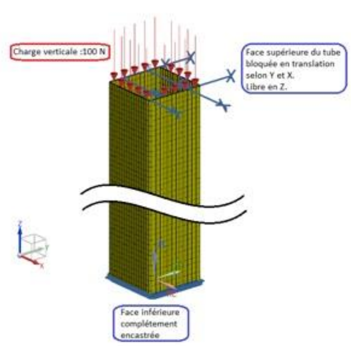
- *Résistance de la pièce*
    - On pourrait faire les calculs par ÉF pour le voilement et flambage au lieu de prendre la norme;
- Le calcul se fait par analyse aux valeurs propres ou par analyse non linéaire complète:
    - Cr=ϕy CEF.

- Calcul aux valeurs propres par élément finis
- $C_r = \phi_y C_{EF}$
- $C_r = 0{,}9 \times 69{,}6 = 62{,}6kN$
- $\frac{C_{rEF}}{C_r} = \frac{62{,}6}{70{,}5} = 0{,}9$



Mode de flambement



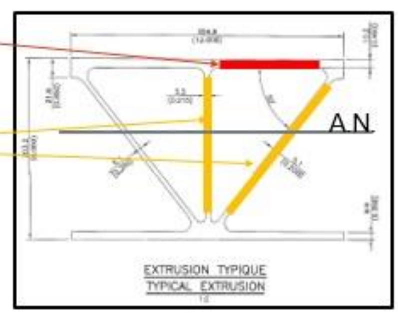


Pont de St-Ambroise

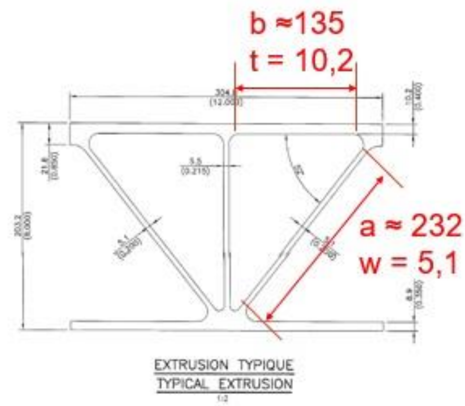
Photo du platelage

- § 7.5.2.2 Élément de largeur b, soumis à une contrainte de compression essentiellement uniforme, raccordé par ses deux rives à d'autres éléments de largeur qui sont également supportés par leurs rives, l'élancement:

- Composant en flexion comme les platelages
  - si $a/w < 2{,}5\, b/t$ $\quad m = 1{,}25 + 0{,}2 \frac{a/w}{b/t} \leq 1{,}65$
  - Si $a/w > 2{,}5\, b/t$ le flambage de l'âme doit être vérifié à l'aide de l'article 7.5.2.1

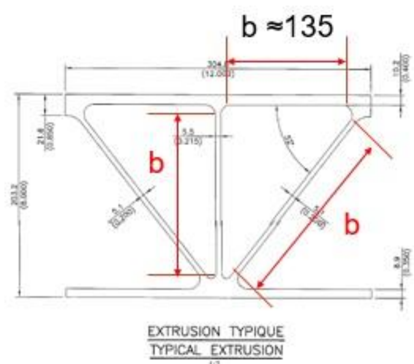


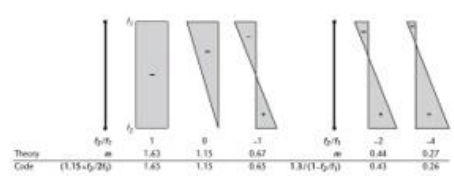
- 7.5.2.2 Éléments en compression uniforme
  - $\lambda = \frac{mb}{t}$
  - **Peau supérieure en compression uniforme** $a/w \leq 2{,}5 \times b/t$
    - composants en flexion comme les profils du platelage
    - $m = 1{,}25 + 0{,}2 \frac{a/w}{b/t} \leq 1{,}65$
    - $a/w = \frac{232}{5{,}1} = 45 > 2{,}5 \times b/t = (33{,}1)$
    - Applique la clause 7.5.2.1.



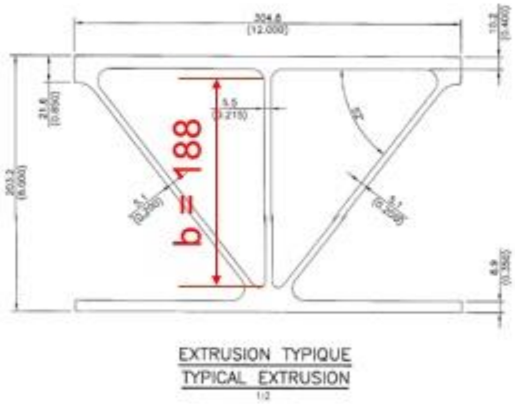
Compression uniforme

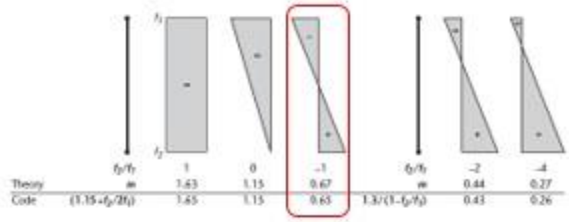
- 7.5.2.1 Éléments en flexion dans leur propre plan
  - $\lambda = \frac{mb}{t}$
  - **Peau supérieure**
    - $\mathrm{m} = 1{,}15 + \frac{f_2}{2f_1} \quad -1 < \frac{f_2}{f_1} < 1$
    - $\mathrm{m} = \frac{1{,}3}{1-\frac{f_2}{f_1}} \quad \frac{f_2}{f_1} < -1$
    - $f_1 = f_2 = 1 \implies \mathrm{m} = 1{,}15 + \frac{1}{2} = 1{,}65$
    - $\lambda = \frac{1{,}65 \times 135}{10{,}2} = 21{,}8$





• Partie verticale

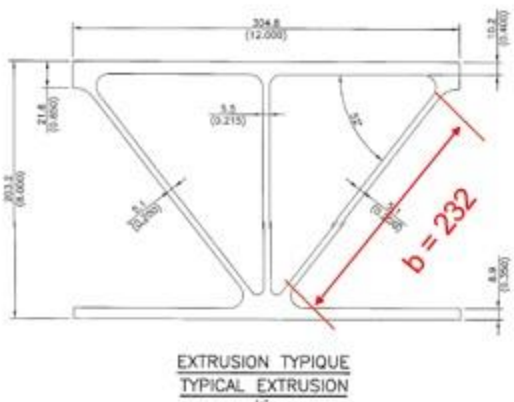


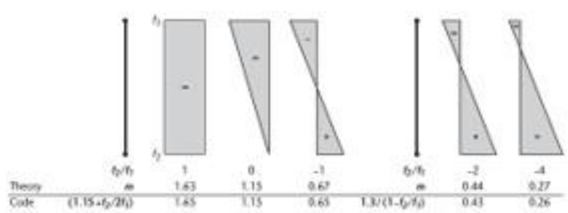


$$f_1 = f_2 = -1 \implies \mathrm{m} = 1{,}15 - \frac{1}{2} = 0{,}65$$

$$\lambda = \frac{0{,}65 \times 188}{5{,}1} = 24{,}0$$

• Partie verticale





$$f_1 = f_2 = -1 \implies \mathrm{m} = 1{,}15 - \frac{1}{2} = 0{,}65$$

$$\lambda = \frac{0{,}65 \times 232{,}0}{5{,}1} = \mathbf{29,6}$$