



# Classification des membrures en flexion selon la norme CAN / CSA S157-17

12 mars 2018

# Classification des membrures en flexion selon la norme CAN/CSA S157-17

## Notations

- $b$  : largeur d'un élément, en mm ;
- $d_o$  : diamètre d'un trou, en mm ;
- $E$  : module d'élasticité, en MPa ;
- $\bar{F}$  : contrainte de flambement normalisée, pour des membrures ou des éléments (grandeur adimensionnelle) ;
- $F_e$  : contrainte de flambement élastique, en MPa ;
- $F_o$  : contrainte limite, en MPa ;
- $F_y$  : limite élastique, en MPa ;
- $f_1$  : contrainte de compression maximale dans une paroi (de valeur algébrique négative), en MPa ;
- $f_2$  : contrainte à l'autre extrémité de la paroi, en MPa ;
- $M_p$  : moment plastique, en kNm ;
- $M_r$  : moment résistant, en kNm ;
- $m$  : facteur pour le calcul de l'élançement des parois (grandeur adimensionnelle) ;
- $S$  : module de section élastique brute, en mm<sup>3</sup> ;
- $S_m$  : module de section effective, calculée avec l'épaisseur effective, en en mm<sup>3</sup> ;
- $S_n$  : module de section élastique net, en mm<sup>3</sup> ;
- $t$  : épaisseur de paroi, en mm ;
- $t_m$  : épaisseur effective, en mm ;
- $y$  : distance entre l'axe neutre de la section transversale brute et le centre d'un trou de boulon, en mm ;
- $Z$  : module de section plastique de l'aire brute, en mm<sup>3</sup> ;
- $Z_n$  : module de section plastique net, en mm<sup>3</sup> ;
- $\lambda$  : rapport d'élançement (grandeur adimensionnelle) ;
- $\bar{\lambda}$  : rapport d'élançement normalisé (grandeur adimensionnelle) ;
- $\phi_u$  : coefficient de résistance lié à la limite ultime, valant 0,75 (grandeur adimensionnelle) ;
- $\phi_y$  : coefficient de résistance lié à la limite élastique, valant 0,9 (grandeur adimensionnelle).

## 1. Classification des sections

### 1.1. Voilement local des membrures

Les profilés métalliques, en aluminium ou en acier, comportent certains défauts, tels que des contraintes résiduelles ou des imperfections géométriques. Ces défauts sont inhérents aux

procédés de fabrication des profilés (laminage, extrusion, soudage, etc.). Ils impliquent des instabilités dans le comportement des membrures. En effet, selon l'influence de l'élançement des parois sollicitées en compression, un phénomène de voilement local peut apparaître, ce qui limite la capacité du profilé. Ce phénomène est illustré sur la Figure 1. La ruine d'une membrure due à un voilement local peut avoir des conséquences désastreuses sur le comportement d'une structure. Il est donc important de prendre en compte ce phénomène lors de la conception.

Le voilement local peut être évité principalement par l'ajout de raidisseurs ou la limitation de l'élançement des parois. Dans les structures d'acier, la limite d'élançement des parois permet d'écarter le problème de voilement local. Cependant, dans les structures d'aluminium, la recherche de légèreté implique l'utilisation de sections beaucoup plus élancées.

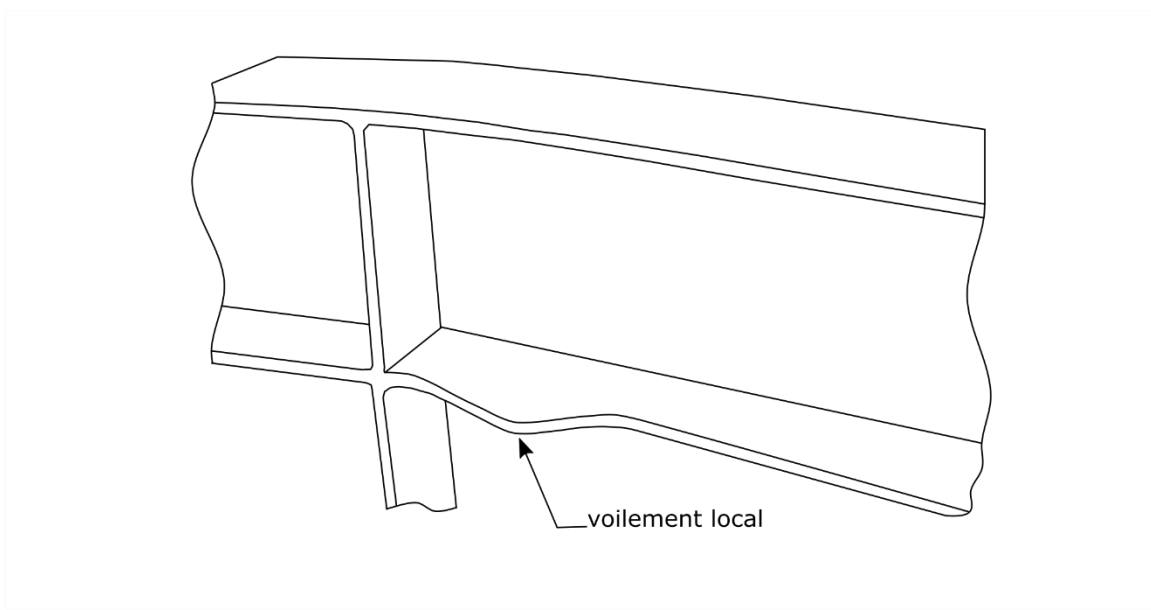


Figure 1 : Exemple de voilement local d'une membrure.

## 1.2. Principe de la classification des sections

Lors de la conception d'une structure, il est nécessaire de pouvoir déterminer le moment résistant des membrures en aluminium. Pour cela, il ne suffit pas seulement de prendre en compte la résistance du matériau. En effet, les profilés d'aluminium sont constitués de parois minces, qui peuvent voiler localement lorsqu'elles sont soumises à des efforts de compression. Ce phénomène d'instabilité peut entraîner la ruine de l'élément avant l'atteinte du moment plastique.

L'élançement des parois, c'est-à-dire le rapport largeur/épaisseur, permet de classer les sections. L'objectif est de caractériser le comportement de la section, c'est-à-dire l'instant à partir duquel peut intervenir le phénomène de voilement.

La norme CAN/CSA S157-17 définit trois classes (article 11.1) :

- les sections de classe 1 (sections compactes) : elles peuvent subir une déformation plastique en compression sans flambement local ;
- les sections de classes 2 (sections non compactes) : elles peuvent subir un moment jusqu'au début de la plastification sans flambement local ;
- les sections de classe 3 (sections élancées) : le flambement local se produit sous l'effet d'un effort inférieur à la limite élastique.

### 1.3. Détermination de la classe de section

L'appartenance d'une section à une classe dépend de la valeur de l'élancement normalisé,  $\bar{\lambda}$ , des parois de la section. L'élancement normalisé d'une paroi est défini à la section 10.1.2 de la norme et vaut :

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{F_o}{F_e}} = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{F_o}{E}} \quad 1$$

- pour les sections de classe 1, on doit avoir  $\bar{\lambda} < 0,3$ , ce qui équivaut à  $\frac{b}{t} < \frac{250}{m\sqrt{F_y}}$  ;
- pour les sections de classe 1, on doit avoir  $\bar{\lambda} < 0,5$ , ce qui équivaut à  $\frac{b}{t} < \frac{420}{m\sqrt{F_y}}$  ;
- pour les sections de classe 1, on doit avoir  $\bar{\lambda} > 0,5$ , ce qui équivaut à  $\frac{b}{t} > \frac{420}{m\sqrt{F_y}}$ .

Il est à noter que, selon la norme, les sections de classe 1 doivent obligatoirement être symétriques par rapport au plan de fléchissement et être entièrement retenues contre le flambement latéral.

Les grandeurs  $b$  et  $t$  désignent, respectivement, la largeur et l'épaisseur de la paroi considérée pour le calcul de la classe de section. La figure 1 de la norme CAN/CSA S157-17 illustre les valeurs de  $b$  et  $t$  à considérer pour différentes géométries de section. Le paramètre  $m$  se détermine avec les formules données dans les sections 7.5.2.1 et 7.5.2.2 de la norme CAN/CSA S157-17.

### 1.4. Calcul du moment résistant en fonction de la classe de section

Le calcul du moment résistant d'une section dépend de sa classe. La section 11.2 de la norme CAN/CSA S157-17 donne les formules pour calculer le moment résistant des membrures non susceptibles au déversement.

#### Sections de classe 1

C'est le module de section plastique,  $Z$ , qui est utilisé. Ainsi, pour les fibres en compression, on a :

$$M_r = \phi_y Z F_y = \phi_y M_p \quad 2$$

et pour les fibres en tension, on a :

$$M_r = \phi_u Z_n F_u \quad 3$$

Dans l'équation 3,  $Z_n$  désigne le module de section plastique net. Il se calcule par la formule :

$$Z_n = Z - \sum_i (d_o t)_i y_i \quad 4$$

où :

- $d_o$  est le diamètre d'un trou de boulon ;
- $t$  est l'épaisseur d'un élément ;
- $y_i$  est la distance entre l'axe neutre de la section brute et le centre du trou de boulon.

Par exemple, pour le profilé tubulaire de la Figure 2, on a :  $d_o = 20 \text{ mm}$ ,  $t = 10 \text{ mm}$  et  $y = 70 \text{ mm}$ . On peut donc calculer :  $\sum_i (d_o t)_i y_i = 20 \times 10 \times 70 = 14000 \text{ mm}^3$  et on a donc :  $Z_n = 196333 - 14000 = 182333 \text{ mm}^3$ .

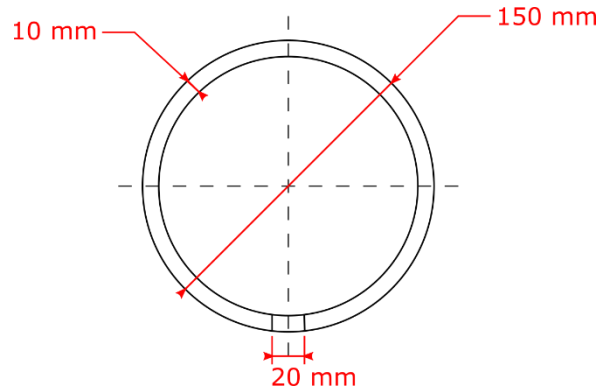


Figure 2 : Exemple de section tubulaire percée.

### Sections de classe 2

Pour cette classe de section, c'est le module de section élastique,  $S$ , qui est utilisé pour le calcul du moment résistant. Ainsi, pour les fibres en compression, on a :

$$M_r = \phi_y S F_y = \phi_y M_y \quad 5$$

et pour les fibres en tension, on a :

$$M_r = \phi_u S_n F_u \quad 6$$

Dans l'équation 6,  $S_n$  désigne le module de section élastique net. Il se calcule, de manière similaire au module de section plastique net, par :

$$S_n = S - \sum_i (d_o t)_i y_i \quad 7$$

Le moment résistant de la section est égal à la plus faible des deux valeurs de  $M_r$  calculées avec les équations 5 et 6.

### Sections de classe 3

Pour le calcul de la résistance en flexion des sections de classe 3, on utilise le module élastique pondéré par la contrainte de flambement normalisée,  $\bar{F}$ , pour tenir compte du voilement qui apparaît avant l'atteinte de la limite élastique :

$$M_r = \phi_y \bar{F} F_y \quad 8$$

Lorsque les éléments plats comprimés comportent deux rives longues appuyées, on utilise plutôt l'équation suivante :

$$M_r = \phi_y S_m F_y \quad 9$$

Dans l'équation 8,  $\bar{F}$  est déterminé avec la formule donnée à la section 10.1.3 de la norme CAN/CSA S157-17. Dans l'équation 9,  $S_m$  désigne le module de section effective, qui se détermine avec l'épaisseur effective  $t_m$ . Cette dernière est définie à la section 7.3.3.1 de la norme CAN/CSA S157-17.

## 1.5. Facteur de forme

Le facteur de forme est le rapport entre le module de section plastique et le module de section élastique :

$$v = Z/S \quad 10$$

Dans l'hypothèse où le voilement local des parois est exclu, on peut considérer deux états limites pour un profilé :

- la plastification des fibres extrêmes ;
- la plastification de la section complète.

Dans le premier cas, la contrainte est donnée par l'équation :  $F_y = M_y/S$ . Dans le second cas, en considérant un comportement élastoplastique parfait du matériau, la contrainte dans la section demeure égale à  $F_y$  et elle est donnée par l'équation :  $F_y = M_p/Z$ . Il y a donc une réserve de capacité plastique entre la plastification des fibres extrêmes (atteinte du moment élastique  $M_y$ ) et la plastification totale de la section (atteinte du moment plastique  $M_p$ ). Cette réserve est caractérisée par le facteur de forme  $v$ .

## 1.6. Limites de la norme

La méthode de calcul proposée par la norme ne permet pas de profiter pleinement de la richesse des formes de profilé qu'il est possible de produire en aluminium. À titre d'exemple, l'ajout de raidisseurs dans une section tubulaire n'aura pas d'effet sur le calcul de la classe, puisque seuls la largeur du profilé et l'épaisseur de la paroi interviennent dans les formules de calcul de la classe. De même, il est impossible de calculer à la main les modules de section plastique et élastique de section complexe.

Pour ces cas particuliers, qui sortent du cadre prévu par la norme, il est permis (section 1.3 de la norme) de ne pas utiliser les recommandations de la norme, à condition de procéder à des vérifications basées sur des bases théoriques ou sur des essais expérimentaux.

# 2. Exemples de calcul

## 2.1. Section tubulaire circulaire

### Énoncé

On considère une poutre en flexion simple, dont la section est un tube, tel que représenté à la Figure 3. Le profilé est en alliage d'aluminium 6061-T6, extrudé. La limite élastique de ce matériau

vaut  $F_y = 240 \text{ MPa}$  et sa limite ultime vaut  $F_u = 260 \text{ MPa}$ . Le tube ne comporte ni soudure ni trous de boulon. On souhaite connaître sa résistance en flexion.

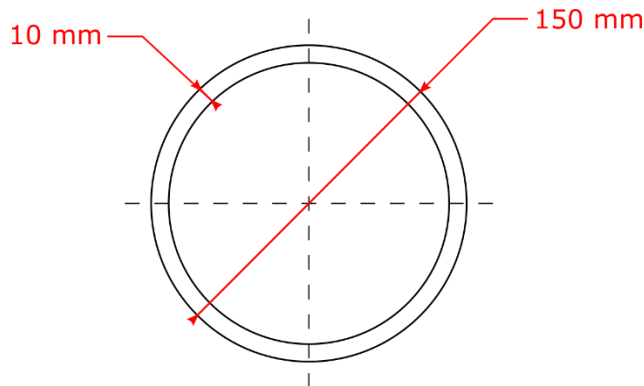


Figure 3 : Section tubulaire.

### Calcul de la classe

Pour déterminer la classe à laquelle appartient le profilé, on commence par calculer son élancement. Celui-ci se détermine avec l'article 7.7.1 de la norme (cas a), on a :

$$\lambda = 4 \sqrt{\frac{R}{t}} \left( 1 + 0,03 \sqrt{\frac{R}{t}} \right) = 4 \sqrt{\frac{70}{10}} \left( 1 + 0,03 \sqrt{\frac{70}{10}} \right) = 11,42$$

On peut alors calculer, en utilisant, équation de l'article 10.1.2 de la norme, l'élancement normalisé. Dans cette formule, on utilise  $F_o = F_y$  (cas a de l'article 10.1.1 de la norme) :

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{F_o}{E}} = \frac{11,42}{\pi} \sqrt{\frac{240}{70000}} = 0,21$$

On a  $\bar{\lambda} = 0,21 < 0,3$ , la section est donc de classe 1.

### Calcul du moment résistant

Il faut en premier lieu calculer le module de sections plastique :

$$Z = \frac{d_{ext}^3 - d_{int}^3}{6} = \frac{150^3 - 130^3}{6} = 196333 \text{ mm}^3$$

Le module de section plastique net,  $Z_n$ , est égal au module de section élastique,  $Z$ , étant donné que le profilé n'est pas percé.

On peut donc calculer le moment résistant pour les fibres en compression :

$$M_r = \phi_y Z F_y = 0,9 \times 196333 \times 10^{-6} \times 240 = 42,41 \text{ kNm}$$

et pour les fibres en tension :

$$M_r = \phi_u Z_n F_u = 0,75 \times 196333 \times 10^{-6} \times 260 = 38,29 \text{ kNm}$$

Il faut retenir la plus petite des deux valeurs calculées. Le moment résistant de la sections vaut donc  $M_r = 38,29 \text{ kN}$ .

### Calcul des propriétés avec un logiciel spécialisé

Il est possible de calculer les propriétés d'une section avec un logiciel spécialisé. La Figure 4 illustre les résultats obtenus pour l'analyse de la section tubulaire avec le logiciel ShapeDesigner de la société MechaTools. Les résultats de l'analyse de la section donnent :

- $Z = 19,603 \times 10^4 \text{ mm}^3$  ;
- $M_y = 34,59 \text{ kNm}$  ;
- $M_p = 47,05 \text{ kNm}$ .

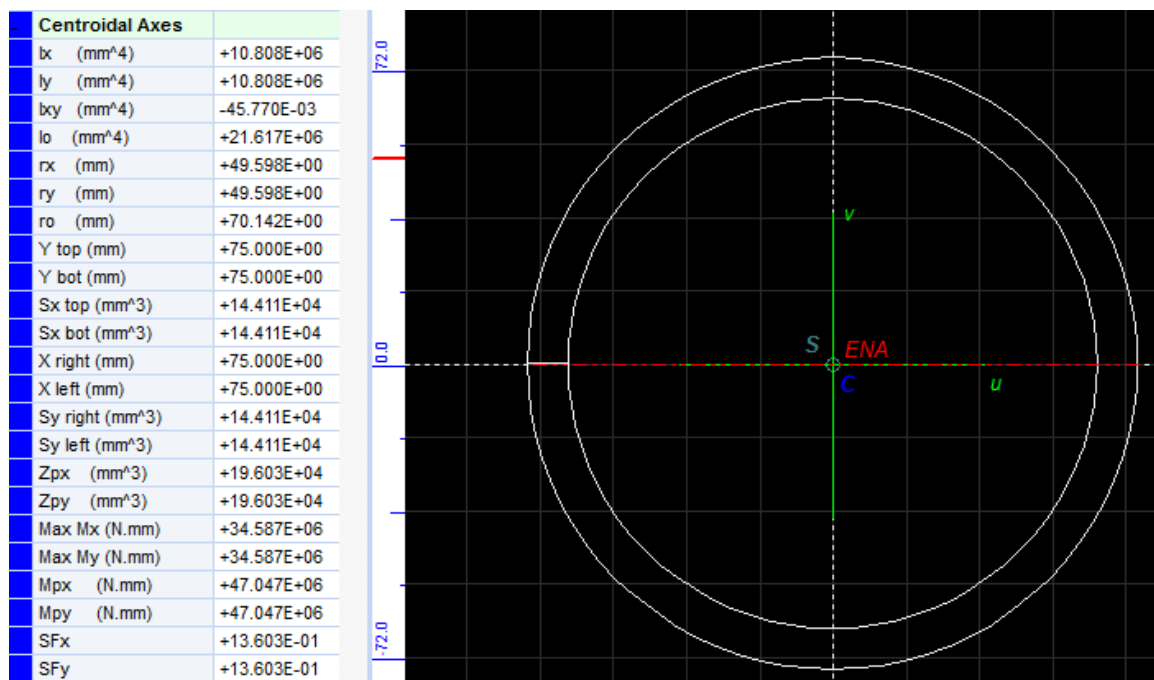


Figure 4 : Résultats des calculs de ShapeDesigner.

## 2.2. Section complexe

### Énoncé

On souhaite déterminer les propriétés d'un profilé extrudé de poutre-caisson, en alliage 6061-T6. Le dessin du profilé est donné sur la Figure 5.



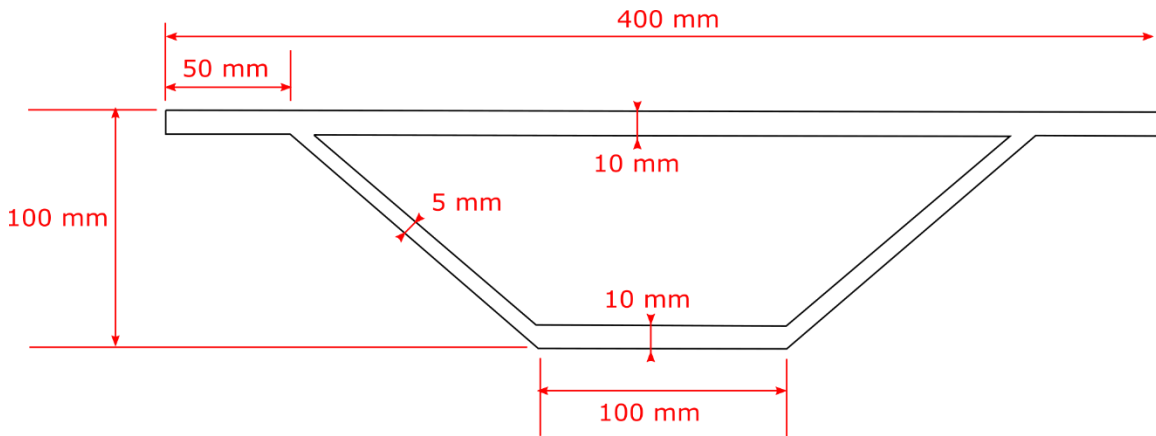


Figure 5 : Section de poutre caisson extrudée.

### Calcul des propriétés de section

Pour le calcul des propriétés des sections complexes, il peut être très fastidieux de calculer manuellement les propriétés de la section. Il est donc plus avantageux de recourir à un logiciel spécialisé d'analyse de sections. Dans le cas présent, on utilise le logiciel ShapeDesigner. Les résultats (Figure 6) sont les suivants :

- moment élastique :  $M_y = 30,63 \text{ kNm}$  ;
- moment plastique :  $M_p = 43,56 \text{ kNm}$ .

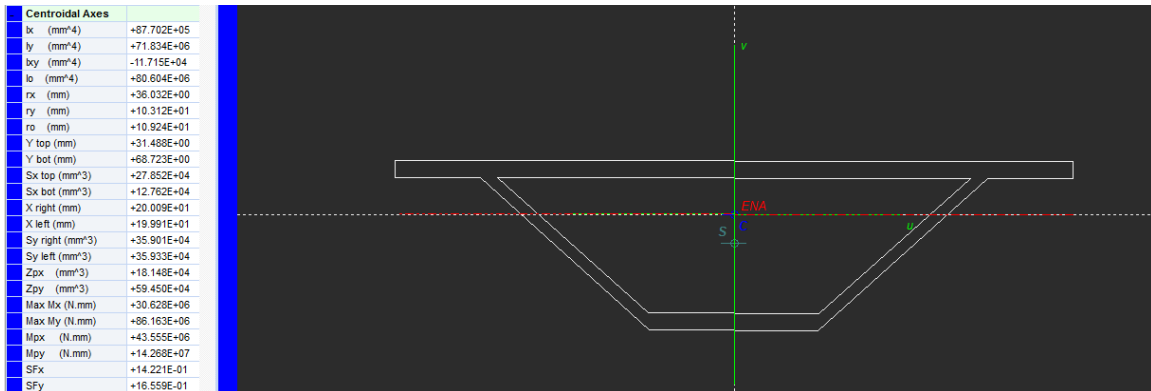


Figure 6 : Résultats de l'analyse de la section complexe avec le logiciel ShapeDesigner.

Naturellement, dans le but de déterminer la classe de section de ce profilé et de multiplier par le bon facteur de tenue, soit  $\phi_y$  ou  $\phi_u$ , il faudrait déterminer la valeur de  $\bar{\lambda}$  selon la norme CAN/CSA S157-17.